Delprov B	Uppgift 1-8. Endast svar krävs.
Delprov C	Uppgift 9-14. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för Delprov B och Delprov C tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 22 E-, 19 C- och 14 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

Födelsedatum: ____

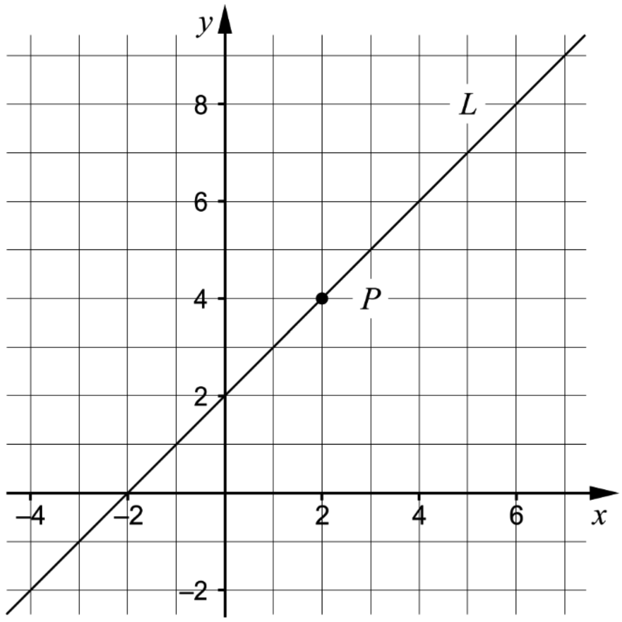
Gymnasieprogram/Komvux: ______________________________

Delprov B: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs*. Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1. Ange det uttryck som ska stå i parentesen för att likheten ska gälla.

$(\qquad)\cdot(x-5)=x^2-25$ ______________________ (1/0/0)

2. Koordinatsystemet visar en rät linje *L* och en punkt *P* som ligger på linjen.

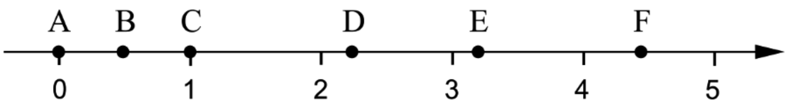


a) Ange ekvationen för den räta linjen *L*. ______________________ (1/0/0)

b) Ange ekvationen för en annan rät linje så att den tillsammans med linjen *L* bildar ett ekvationssystem som har sin lösning i punkten *P*.

______________________ (1/0/0)

3. På tallinjen finns sex punkter A – F markerade.



Varje tal nedan motsvaras av en markerad punkt på tallinjen.

☐ 99^0 ☐ $\sqrt{5}$ ☐ 2^{-1} ☐ $10^{\frac{1}{2}}$ ☐ $2{,}1^2$

Para ihop vart och ett av talen med en punkt på tallinjen genom att skriva rätt bokstav A – F vid rätt tal. (2/0/0)

4. Två av alternativen A – E visar en ekvation. Vilka två?

A. $a^2 + b^2$

B. $x^2 + 6x - 5 = 2$

C. $x^2 - 2x - 9$

D. $20 + 50x$

E. $3x + 5x - 10 = 16$ ____________________ (1/0/0)

5. Lös ekvationerna. Svara exakt.

a) $x^{\frac{1}{3}} = 2$ ____________________ (1/0/0)

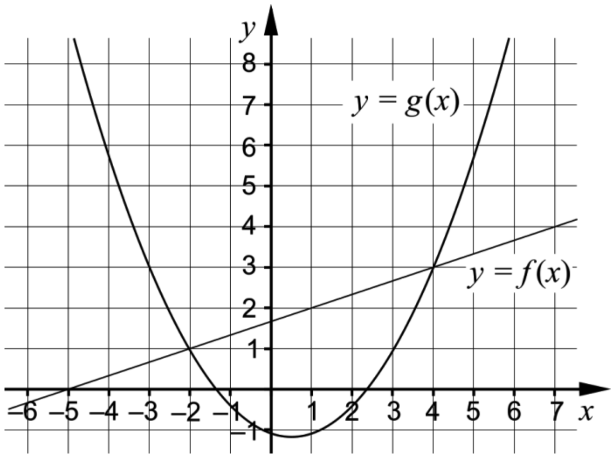
b) $3 \cdot 9^x + 3 \cdot 9^x + 3 \cdot 9^x = 27$ ____________________ (0/0/1)

6. Under år 1998 skickades 44 miljoner sms i Sverige. Under år 2012 skickades 16 514 miljoner sms. Anta att den årliga procentuella ökningen av antal sms per år har varit lika stor under hela tidsperioden.

Beteckna den årliga förändringsfaktorn med a. Teckna en ekvation med vars hjälp a kan beräknas.

____________________ (0/1/0)

7. Koordinatsystemet visar graferna till en rät linje f och en andragradsfunktion g.



Besvara frågorna med hjälp av graferna.

a) För vilka värden på x gäller att $g(x) < 3$? ____________________ (0/2/0)

b) För vilka värden på x gäller att $f(x) - g(x) = 0$?
____________________ (0/0/1)

8. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $(9a)^{\frac{1}{2}} \cdot 2a^2 \cdot (4a)^{\frac{1}{2}}$ ____________________ (0/1/0)

b) $\dfrac{x^{\frac{5}{6}}(x^{\frac{1}{3}}+1)(x^{\frac{1}{3}}-1)}{x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}}}$ ____________________ (0/0/1)

Delprov C: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

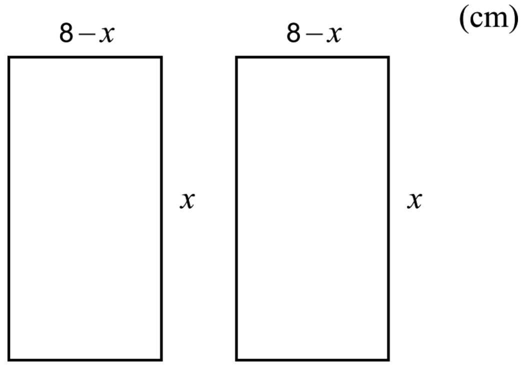
9. Lös andragradsekvationen $x^2 - 6x + 5 = 0$ med algebraisk metod. (2/0/0)

10. Lös ekvationssystemen med algebraisk metod.

a) $\begin{cases} y - 2x = 5 \\ 2y - x = 4 \end{cases}$ (2/0/0)

b) $\begin{cases} (x+4)(y-2) = (x-5)(y+4) \\ 6y - x - 6 = 2x - y - 2 \end{cases}$ (0/2/0)

11. Figuren visar två rektanglar som har sidlängderna x cm respektive $(8 - x)$ cm.



Bestäm den största totala area som de två rektanglarna kan ha tillsammans. (1/2/0)

12. Förenkla uttrycket $\dfrac{a^2 - 2b}{4}$ så långt som möjligt om $a = 2x + 1$ och $b = 2x - 1{,}5$ (0/2/0)

13. För andragradsfunktionen f gäller att $f(x)=-0,5x^2+bx-2$

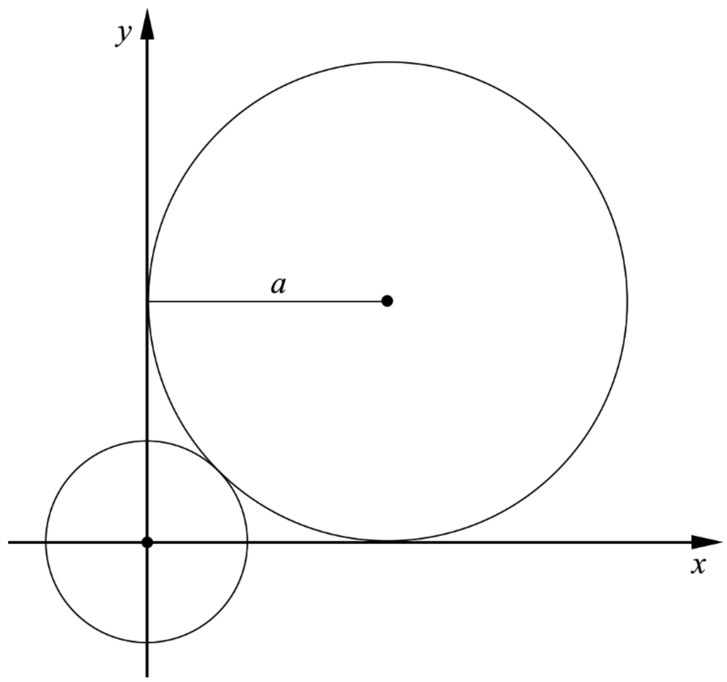
a) Visa att grafen till f går genom punkten $(0,\,-2)$ oavsett värde på b. (1/0/0)

b) Bestäm för vilka värden på b som f endast har ett nollställe. (0/2/0)

För en annan andragradsfunktion g gäller att $g(x)=-0,5x^2+bx-c$

c) Bestäm vilket samband som ska gälla mellan b och c för att g endast ska ha ett nollställe. (0/0/1)

14. En cirkel med radien a tangerar de positiva koordinataxlarna. Den tangerar även en mindre cirkel som har mittpunkten i origo. Se figur.



Visa att den mindre cirkelns radie är $a(\sqrt{2}-1)$ längdenheter. (0/0/3)

Delprov D	Uppgift 15-22. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D). Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 22 E-, 19 C- och 14 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där det står ”*Endast svar krävs*” behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla papper du lämnar in.

Namn: ____

Födelsedatum: ______________________________________

Gymnasieprogram/Komvux: ____________________________

Delprov D: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

15. En linje går genom punkterna (0, 0) och (3; 6,45). En annan linje har ekvationen $y = 2{,}15x + 3$. Visa att linjerna är parallella. (2/0/0)

16. För funktionen f gäller att $f(x) = x^2 - 4x + C$ där C är en konstant. Punkten (5, 7) ligger på funktionens graf. Bestäm koordinaterna för en annan punkt som också ligger på grafen. (2/0/0)

17. Yamal ska köpa 100 fiskar till sitt nya akvarium. Han vill köpa blåtetror, slöjstjärtar och ciklider, se bilder.

Blåtetrorna kostar 10 kr/st, slöjstjärtarna 50 kr/st och cikliderna 200 kr/st. Yamal funderar över om det är möjligt att köpa totalt 100 fiskar för exakt 3000 kr om 4 av de 100 fiskarna han köper är ciklider.

Yamal ställer upp följande ekvationssystem:

$$\begin{cases} 4 + x + y = 100 \\ 800 + 50x + 10y = 3000 \end{cases}$$

a) Förklara vad y står för i ekvationssystemet.
Endast svar krävs (1/0/0)

b) Bestäm hur många blåtetror och slöjstjärtar Yamal kan köpa om han köper 4 ciklider och totalt ska köpa 100 fiskar för 3000 kr. (2/0/0)

18. Julia har fått i uppgift att sätta ut en logisk symbol mellan ekvationerna $x = 2$ och $x^2 = 4$ så att hon får ett sant påstående. Hon väljer felaktigt att sätta ut en ekvivalenspil mellan ekvationerna.

Vilken logisk symbol borde Julia använda istället? Motivera ditt svar. (0/2/0)

19. Beaufortskalan är en skala för vindhastighet skapad i början av 1800-talet av Sir Francis Beaufort. Varje steg på skalan anges med ett heltal, det så kallade Beauforttalet. I tabellen visas vindhastighet, vindens benämning samt vindens verkningar till sjöss för några Beauforttal.

Beauforttal	**Vind-hastighet (m/s)**	**Vindens benämning till sjöss**	**Vindens verkningar till sjöss**
0	0 – 0,2	stiltje	spegelblank sjö
1	0,3 – 1,5	nästan stiltje	små fiskfjällsliknande krusningar bildas, men utan skum
2	1,6 – 3,3	lätt bris	korta men utpräglade småvågor som inte bryts
3	3,4 – 5,4	god bris	vågkammarna börjar brytas, glasartat skum
…			
12	32,7 –	orkan	stora föremål flyger i luften, fönster blåser in, båtar kastas upp på land

Sambandet mellan vindhastighet v m/s och Beauforttalet B ges av formeln

$$v = 0{,}8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$$

Stormen Hilde drabbade stora delar av Sverige den 16 november 2013. Högsta vindhastigheten uppmättes då till 29 m/s.

a) Vid beräkning av B avrundas värdet till heltal.
Beräkna Beauforttalet B för vindhastigheten 29 m/s. (2/0/0)

För extrema vindstyrkor finns det andra skalor. En sådan är TORRO-skalan som används för vindstyrkor upp mot 130 m/s. Sambandet mellan vindhastighet v m/s och talet T enligt TORRO-skalan ges av formeln

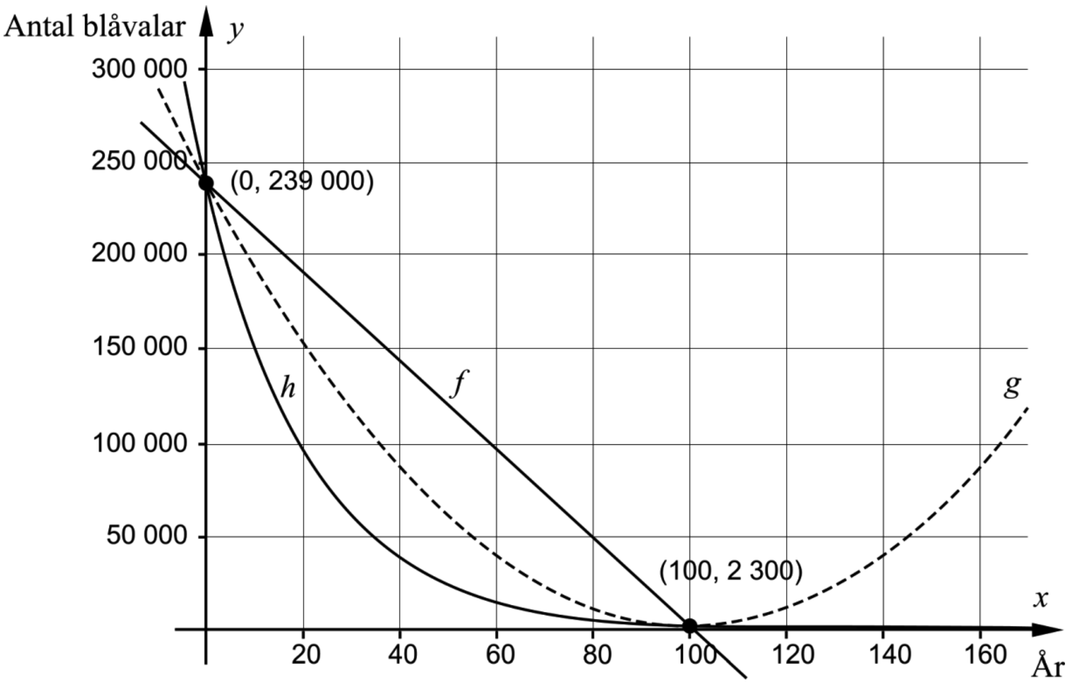
$v = 0{,}8365 \cdot \sqrt{8} \cdot (T+4)^{\frac{3}{2}}$ där T är avrundat till ett heltal.

b) Ange en formel för B uttryckt i T. Förenkla så långt som möjligt. (0/1/1)

20. Det största djur som någonsin funnits på jorden är blåvalen. Under de senaste hundra åren har antalet blåvalar minskat kraftigt på grund av jakt.

År 1900 fanns det ungefär 239 000 blåvalar i världshaven och hundra år senare var antalet ungefär 2 300.

Figuren visar graferna till tre funktioner f, g och h där $y = f(x)$, $y = g(x)$ och $y = h(x)$. De tre funktionerna representerar tre olika modeller för hur blåvalarnas antal kan ha minskat under 1900-talet.
y är antalet blåvalar och x är antal år från år 1900.



Anta att den årliga procentuella förändringen av antalet blåvalar var konstant under 1900-talet och fortsätter att vara konstant under 2000-talet.

a) Vilken av de tre modellerna representerar då hur blåvalarnas antal minskar efter år 1900? Motivera ditt svar. (0/1/0)

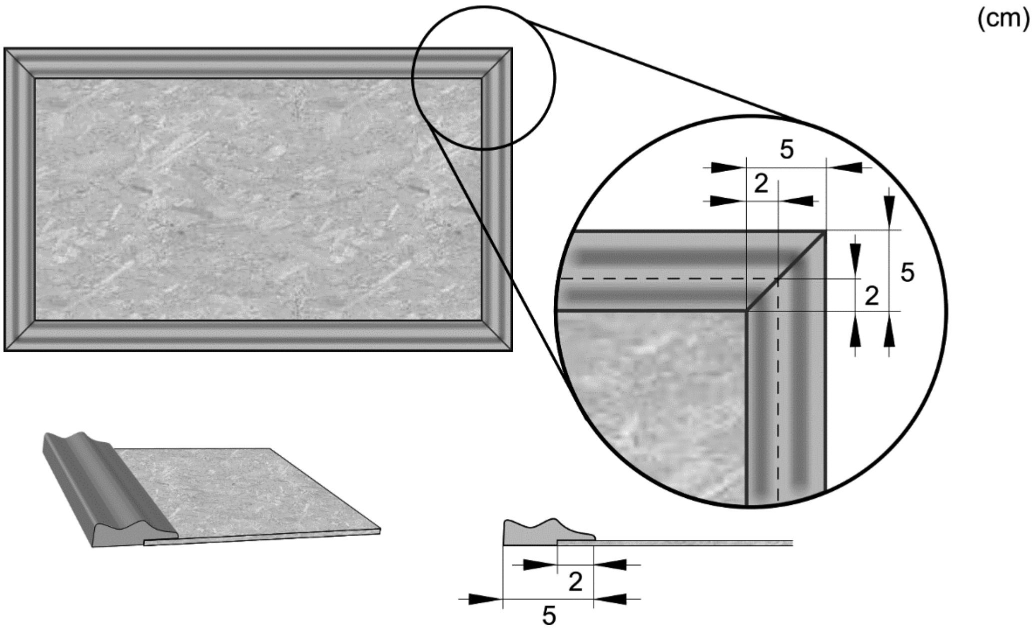
b) Bestäm hur många blåvalar det finns kvar år 2065 om den årliga procentuella förändringen av antalet blåvalar fortsätter att vara konstant. (0/3/0)

21. För en funktion f där $f(x) = kx + m$ gäller att

- $f(x+2) - f(x) = 3$
- $f(4) = 2m$

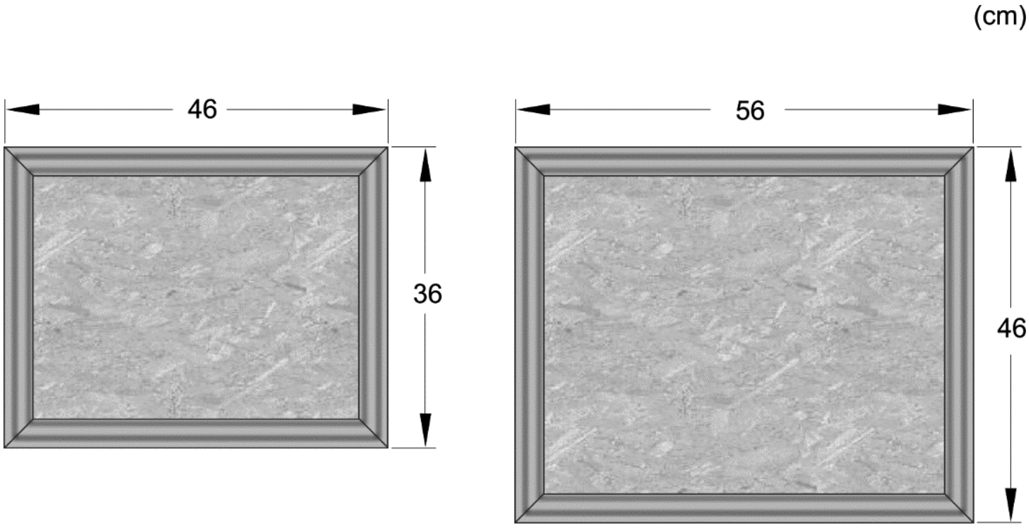
Bestäm funktionen f. (0/0/2)

22. Ett företag tillverkar anslagstavlor av olika storlekar. Varje anslagstavla består av en rektangulär platta omgiven av en ram. Ramen består av fyra delar som sågas till av en 5 cm bred trälist. Delarnas ändar är sågade med vinkeln $45°$ och trälistens utseende gör att delarna bara kan monteras på ett sätt. Ramen monteras så att den går 2 cm in över plattans framsida. Se figur.



Materialkostnaden för en anslagstavla beror på plattans area och trälistens längd. Priset för plattan anges i kr/m^2 och för trälisten i kr/m.

Materialkostnaden för en anslagstavla med bredden 36 cm och längden 46 cm är 59 kr. För en anslagstavla med bredden 46 cm och längden 56 cm är materialkostnaden 81 kr. Se figur.



Teckna ett generellt uttryck för den totala materialkostnaden för anslagstavlor som har bredden *a* m och längden *b* m. (0/0/4)

Innehåll

Allmänna riktlinjer för bedömning

Bedömning ska ske utgående från läroplanens mål, ämnesplanens förmågor samt kunskapskraven och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. De delar i styrdokumenten som är knutna till karaktärsämnet kommer inte att behandlas i detta prov då provet är gemensamt för alla yrkesprogram.

För att tydliggöra anknytningen till kunskapskraven används olika kvalitativa förmågepoäng. I elevernas provhäften anges den poäng som varje uppgift kan ge, till exempel innebär (1/2/3) att uppgiften ger maximalt 1 E-poäng, 2 C-poäng och 3 A-poäng. I bedömningsanvisningarna anges dessutom för varje poäng vilken förmåga som prövas. De olika förmågorna är inte oberoende av varandra och det är den förmåga som bedöms som den *huvudsakliga* som markeras. Förmågorna betecknas med B (Begrepp), P (Procedur), PL (Problemlösning), M (Modellering), R (Resonemang) och K (Kommunikation). Det betyder till exempel att E_{PL} och A_R ska tolkas som en ”problemlösningspoäng på E-nivå” respektive en ”resonemangspoäng på A-nivå”.

För uppgifter av kortsvarstyp, där endast svar krävs, är det elevens slutliga svar som ska bedömas.

För uppgifter av långsvarstyp, där eleverna ska lämna fullständiga lösningar, krävs för full poäng en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas. Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng.

Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan till exempel gälla lapsus, avrundningsfel, följdfel och enklare räknefel. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av t.ex. lapsus och följdfel.

Bedömningsanvisningar

Bedömningsanvisningarna till långsvarsuppgifterna är skrivna enligt två olika modeller. Avvikelser från dessa kommenteras i direkt anslutning till uppgiftens bedömningsanvisning.

Modell 1:

Godtagbar ansats, t.ex. …	+1 E_P
med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (…)	+1 E_P

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (2/0/0). Den andra poängen är beroende av den första poängen, d.v.s. den andra poängen utfaller först om den första poängen utfallit. Detta indikeras med användning av liten bokstav och oftast av att ordet ”med” inleder den rad som beskriver vad som krävs för att den andra poängen ska erhållas.

Modell 2:

E	C	A
Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. …	Godtagbart välgrundat resonemang, t.ex. …	Godtagbart välgrundat och nyanserat resonemang, t.ex. …
1 E_R	1 E_R och 1 C_R	1 E_R, 1 C_R och 1 A_R

Kommentar: Uppgiften ger maximalt (1/1/1). Denna typ av bedömningsanvisning används när en och samma uppgift kan besvaras på flera kvalitativt olika nivåer. Beroende på hur eleven svarar utdelas (0/0/0) eller (1/0/0) eller (1/1/0) eller (1/1/1).

Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga

Förmågan att kommunicera skriftligt kommer inte att särskilt bedömas på E-nivå för enskilda uppgifter. Elever som uppfyller kraven för provbetyget E för de övriga förmågorna anses kunna redovisa och kommunicera på ett sådant sätt att kunskapskraven för skriftlig kommunikation på E-nivå automatiskt är uppfyllda.

För uppgifter där elevens skriftliga kommunikativa förmåga ska bedömas gäller de allmänna kraven nedan.

Kommunikationspoäng på C-nivå (C_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara någorlunda fullständig och relevant, d.v.s. den kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Lösningen ska ha en godtagbar struktur.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med viss anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara möjlig att följa och förstå.

Kommunikationspoäng på A-nivå (A_K) ges under förutsättning att eleven behandlat uppgiften i sin helhet och att lösningen i huvudsak är korrekt.
Dessutom ska

1. lösningen vara i huvudsak fullständig, välstrukturerad samt endast innehålla relevanta delar.
2. matematiska symboler och representationer vara använda med god anpassning till syfte och situation.
3. lösningen vara lätt att följa och förstå.

För uppgifter där det kan delas ut kommunikationspoäng på C- eller A-nivå kan bland annat symboler, termer och hänvisningar förekomma i lösningen. Följande lista kan då vara till stöd vid bedömningen av skriftlig kommunikativ förmåga:

Symboler	t.ex. $=, \neq, <, >, \leq, \geq, \approx, \pm, \sqrt{}, \sqrt[n]{}, f(x), x, y, \frac{\Delta y}{\Delta x}, (\ ), \%, \{, \Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow$, VL, HL
Termer	t.ex. x-led, y-led, koordinat, punkt, skärningspunkt, konstant, graf, kurva, funktionsvärde, intervall, definitions-/värdemängd, reell lösning, ekvationssystem, rät linje, lutning, riktningskoefficient, andragradsfunktion, parabel, nollställe, maximum, minimum, maximi-/minimipunkt, symmetri, symmetrilinje, exponentialfunktion, exponentiell ökning, startvärde, förändringsfaktor, procent, potensfunktion, implikationspil, ekvivalens, algebra, uttryck, ekvation, formel, rationell exponent, rätvinklig, liksidig, likbent
Hänvisningar	t.ex. till pq-formeln, kvadreringsregeln, konjugatregeln, räta linjens ekvation, vinkelsumma i en triangel, Pythagoras sats
Övrigt	t.ex. figurer (med införda beteckningar), definierade variabler, tabeller, angivna enheter

Provsammanställning – Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 3_1 och 3_2 den första respektive andra poängen i uppgift 3.

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1		1										
	2a		1										
	2b			1									
	3_1	1											
	3_2	1											
	4	1											
	5a		1										
	5b										1		
	6							1					
	7a_1					1							
	7a_2								1				
	7b									1			
	8a						1						
	8b										1		
C	9_1		1										
	9_2		1										
	10a_1		1										
	10a_2		1										
	10b_1						1						
	10b_2						1						
	11_1			1									
	11_2							1					
	11_3							1					
	12_1						1						
	12_2						1						
	13a				1								
	13b_1						1						
	13b_2								1				
	13c											1	
	14_1												1
	14_2												1
	14_3												1

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	15_1				1								
	15_2				1								
	16_1			1									
	16_2			1									
	17a			1									
	17b_1			1									
	17b_2			1									
	18_1					1							
	18_2								1				
	19a_1			1									
	19a_2			1									
	19b_1							1					
	19b_2											1	
	20a							1					
	20b_1							1					
	20b_2							1					
	20b_3								1				
	21_1									1			
	21_2											1	
	22_1											1	
	22_2											1	
	22_3											1	
	22_4												1
	Total	**3**	**7**	**9**	**3**	**2**	**6**	**7**	**4**	**2**	**2**	**6**	**4**
Σ	**55**	**22**				**19**				**14**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2a i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

Del-Prov	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2a																	
					Taluppfattning, aritmetik och algebra								Geometri		Samband och förändring				Problem-lösning			
		E	C	A	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	G1	G2	F1	F2	F3	F4	P1	P2	P3	P4
B	1	1	0	0				X														
	2a	1	0	0					X													
	2b	1	0	0					X		X								X			
	3	2	0	0		X					X											
	4	1	0	0														X				
	5a	1	0	0		X																
	5b	0	0	1								X										
	6	0	1	0			X				X								X		X	
	7a	0	2	0											X		X					
	7b	0	0	1											X		X					
	8a	0	1	0		X																
	8b	0	0	1		X		X														
C	9	2	0	0							X											
	10a	2	0	0							X											
	10b	0	2	0							X											
	11	1	2	0											X				X			
	12	0	2	0				X														
	13a	1	0	0							X						X					
	13b	0	2	0							X				X		X					
	13c	0	0	1							X				X		X		X			
	14	0	0	3					X													
D	15	2	0	0					X						X							
	16	2	0	0					X										X			
	17a	1	0	0			X			X												
	17b	2	0	0							X								X		X	
	18	0	2	0										X								
	19a	2	0	0		X													X		X	
	19b	0	1	1		X													X		X	
	20a	0	1	0											X	X						
	20b	0	3	0							X				X				X		X	
	21	0	0	2					X						X				X			
	22	0	0	4			X				X								X		X	
Total		22	19	14																		

Kravgränser

Provet består av tre skriftliga delprov (Delprov B, C och D).
Tillsammans kan de ge 55 poäng varav 22 E-, 19 C- och 14 A-poäng.
Observera att kravgränserna förutsätter att eleven deltagit i alla tre delprov.

Kravgräns för provbetyget
E: 13 poäng
D: 22 poäng varav 6 poäng på minst C-nivå
C: 29 poäng varav 11 poäng på minst C-nivå
B: 37 poäng varav 4 poäng på A-nivå
A: 44 poäng varav 7 poäng på A-nivå

Resultatsammanställning

Vid sammanställning av elevernas provresultat på poäng-, betygs- och förmågenivå kan med fördel bedömningsformuläret på nästa sida användas. Via TUV:s hemsida www.edusci.umu.se/np/np-2-4 finns även återrapporteringsfilen i vilken det är möjligt att skapa överskådliga elevprofiler i form av diagram. Inmatningen av elevresultat i återrapporteringsfilen underlättas om läraren har ifyllda bedömningsformulär tillgängliga.

För mer information om återrapportering av elevresultat, t.ex. lösenord till inloggningen, se Lärarinformationen.

Bedömningsformulär

Elev:__________________________ **Klass:**______________ **Provbetyg:** ____________

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
B	1												
	2a												
	2b												
	3_1												
	3_2												
	4												
	5a												
	5b												
	6												
	7a_1												
	7a_2												
	7b												
	8a												
	8b												
C	9_1												
	9_2												
	10a_1												
	10a_2												
	10b_1												
	10b_2												
	11_1												
	11_2												
	11_3												
	12_1												
	12_2												
	13a												
	13b_1												
	13b_2												
	13c												
	14_1												
	14_2												
	14_3												

Delprov	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
D	15_1												
	15_2												
	16_1												
	16_2												
	17a												
	17b_1												
	17b_2												
	18_1												
	18_2												
	19a_1												
	19a_2												
	19b_1												
	19b_2												
	20a												
	20b_1												
	20b_2												
	20b_3												
	21_1												
	21_2												
	22_1												
	22_2												
	22_3												
	22_4												
	Total												
Σ													

	Total	**3**	**7**	**9**	**3**	**2**	**6**	**7**	**4**	**2**	**2**	**6**	**4**
Σ	**55**	**22**				**19**				**14**			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Delprov B

1.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar ($x+5$)	+1 E_P
2.		**Max 2/0/0**
a)	Korrekt svar ($y=x+2$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar (t.ex. $y=4$)	+1 E_{PL}
3.		**Max 2/0/0**
	Anger minst tre korrekta alternativ	+1 E_B
	med korrekt svar $\boxed{\text{C}}\ 99^0$ $\quad\boxed{\text{D}}\ \sqrt{5}$ $\quad\boxed{\text{B}}\ 2^{-1}$ $\quad\boxed{\text{E}}\ 10^{\frac{1}{2}}$ $\quad\boxed{\text{F}}\ 2{,}1^2$	+1 E_B
4.		**Max 1/0/0**
	Korrekt svar (Alternativ B: $x^2+6x-5=2$ och E: $3x+5x-10=16$)	+1 E_B
5.		**Max 1/0/1**
a)	Korrekt svar ($x=2^3$)	+1 E_P
b)	Korrekt svar ($x=\frac{1}{2}$)	+1 A_P
6.		**Max 0/1/0**
	Korrekt svar (t.ex. $16514=44\cdot a^{14}$)	+1 C_M

7. **Max 0/2/1**

a) Godtagbart angivet intervall, t.ex. ”då x är mellan -3 och 4” +1 C_B

med korrekt använda olikhetstecken ($-3 < x < 4$) +1 C_K

b) Korrekt svar ($x = -2$ och $x = 4$) +1 A_B

8. **Max 0/1/1**

a) Korrekt svar ($12a^3$) +1 C_P

b) Korrekt svar ($x - x^{\frac{1}{3}}$) +1 A_P

Delprov C

9. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 1,\ x_2 = 5$) +1 E_P

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

10. **Max 2/2/0**

a) Godtagbar ansats, bestämmer en variabel med algebraisk metod +1 E_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2,\ y = 1$) +1 E_P

b) Godtagbar ansats, kommer fram till ett förenklat ekvationssystem, t.ex.

$$\begin{cases} 9y - 6x + 12 = 0 \\ 7y - 3x - 4 = 0 \end{cases}$$

+1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = 8,\ y = 4$) +1 C_P

11. **Max 1/2/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar korrekt uttryck för rektanglarnas totala area, $2x(8 - x)$ +1 E_{PL}

med godtagbar fortsättning, t.ex. visar insikt om att symmetrilinjen ger funktionens maximum +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (32 cm^2) +1 C_{PL}

12. **Max 0/2/0**

Godtagbar ansats, sätter in uttrycken för a och b och utvecklar a^2, $\dfrac{(4x^2+4x+1)-2(2x-1{,}5)}{4}$ +1 C_P

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (x^2+1) +1 C_P

13. **Max 1/2/1**

a) Godtagbart enkelt resonemang som visar att $f(0)=-2$ oavsett värde på b +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ekvationen $x=b\pm\sqrt{b^2-4}$ för beräkning av funktionens nollställe +1 C_P

med fortsatt välgrundat resonemang med korrekt svar ($b=\pm 2$) +1 C_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

c) Godtagbar lösning med korrekt svar ($c=\dfrac{b^2}{2}$ *eller* $b=\pm\sqrt{2c}$) +1 A_{PL}

14. **Max 0/0/3**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer avståndet mellan origo och den stora cirkelns mittpunkt, $\sqrt{2}a$ +1 A_R

med fortsatt välgrundat och nyanserat resonemang som visar att radien är $a(\sqrt{2}-1)$ l.e. +1 A_R

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Delprov D

15. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. inser att k-värdet för linjen genom origo ska bestämmas +1 E_R

med fortsatt enkelt resonemang som visar att linjerna är parallella +1 E_R

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

16. **Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer konstanten C, $C = 2$ +1 E_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (t.ex. (0, 2)) +1 E_{PL}

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

17. **Max 3/0/0**

a) Korrekt svar (”antal blåtetror”) +1 E_M

b) Godtagbar ansats, bestämmer ett korrekt värde på minst en av variablerna +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (31 slöjstjärtar och 65 blåtetror) +1 E_M

18. **Max 0/2/0**

Korrekt vald logisk symbol, $\Rightarrow$ +1 C_B

Välgrundat resonemang där det framgår att även $x = -2$ är en lösning till ekvationen $x^2 = 4$ +1 C_R

Kommentar: Bedömningen till denna uppgift avviker från de beskrivna bedömningsmodellerna på sidan 3. Resonemangspoängen kan delas ut oavsett om den första begreppspoängen har delats ut eller inte.

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

19. **Max 2/1/1**

a) Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för bestämning av *B*,

$29 = 0{,}8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$ +1 E_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (11) +1 E_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, ställer upp likheten $0{,}8365 \cdot \sqrt{8} \cdot (T+4)^{\frac{3}{2}} = 0{,}8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$ +1 C_{PL}

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($B = 2T + 8$) +1 A_{PL}

20. **Max 0/4/0**

a) Korrekt svar med godtagbar motivering (t.ex. ”h för att f är en rät linje och g ökar igen.”) +1 C_M

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

b) Godtagbar ansats, t.ex. tecknar en korrekt ekvation för bestämning av förändringsfaktorn, $2300 = 239000a^{100}$ +1 C_M

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (112) +1 C_M

Lösningen kommuniceras på C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 C_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

21. **Max 0/0/2**

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer funktionens riktningskoefficient, 1,5 +1 A_B

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($f(x) = 1{,}5x + 6$) +1 A_{PL}

22. **Max 0/0/4**

Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ett korrekt ekvationssystem +1 A_M

med godtagbar fortsättning där t.ex. priset av plattan och trälisten beräknas, 150 kr/m^2 för plattan och 25 kr/m för trälisten +1 A_M

med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($150ab + 41a + 41b + 0{,}54$) +1 A_M

Lösningen kommuniceras på A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4 +1 A_K

Se avsnittet Bedömda elevlösningar.

Bedömda elevlösningar

Uppgift 9.

Elevlösning 9.1 (0 poäng)

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-5}$$

$$x = -3 \pm 2$$

Svar: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

Kommentar: Elevlösningen visar teckenfel vid insättning i formeln för lösning av andragradsekvationer och uppfyller därmed inte kravet för godtagbar ansats. Lösningen ges 0 poäng.

Uppgift 13.a

Elevlösning 13.a.1 (0 poäng)

$f(x) = -0{,}5x^2 + bx - 2$

$(0, -2) \rightarrow$ då grafen går igenom -2

så blir $x = 0$ och $y = -2$

Kommentar: Elevlösningen anses inte uppfylla kraven för resonemangspoäng eftersom resonemanget saknar koppling till *b*. Lösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 13.a.2 (1 E_R)

$y = -0{,}5x^2 + bx - 2 \qquad (0, -2)$

$-2 = \underbrace{-0{,}5 \cdot 0^2}_{0} + \underbrace{b \cdot 0}_{0} - 2$

$-2 = -2$

Kommentar: Elevlösningen visar med ett enkelt resonemang att $f(0) = -2$ oavsett värde på b i och med att det framgår att $b \cdot 0 = 0$. Elevlösningen ges en resonemangspoäng på E-nivå.

Uppgift 13.b

Elevlösning 13.b.1 (1 C_P och 1 C_R)

$-0{,}5x^2 + bx - 2 = 0$

$x^2 - 2bx + 4$

$x = b \pm \sqrt{b^2 - 4}$

Om $b^2 - 4 = 0$
en lösning

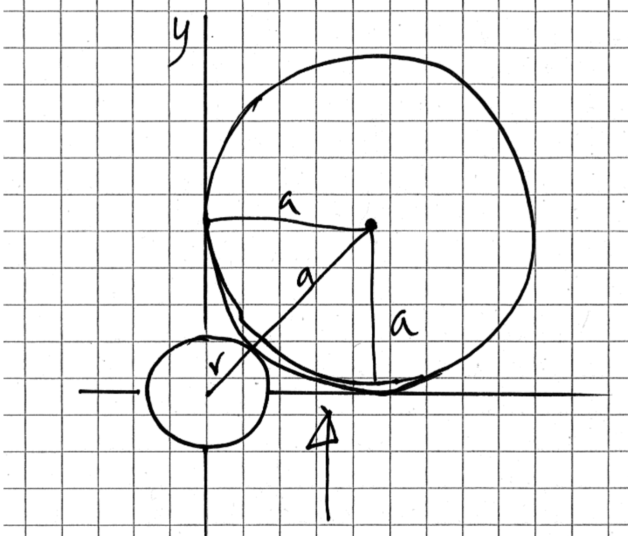
$b = \pm 2$

Svar: $b = \pm 2$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Resonemanget som inleds med ”Om $b^2 - 4 = 0$ en lösning” och leder till korrekt svar anses nätt och jämnt vara tillräckligt för resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 14.

Elevlösning 14.1 (1 A_R)



har blivit en rätvinklig triangel
med hyppotenusan $r+a$. Sen Pythagoras-
sats

$$(r+a)^2 = a^2 + a^2$$

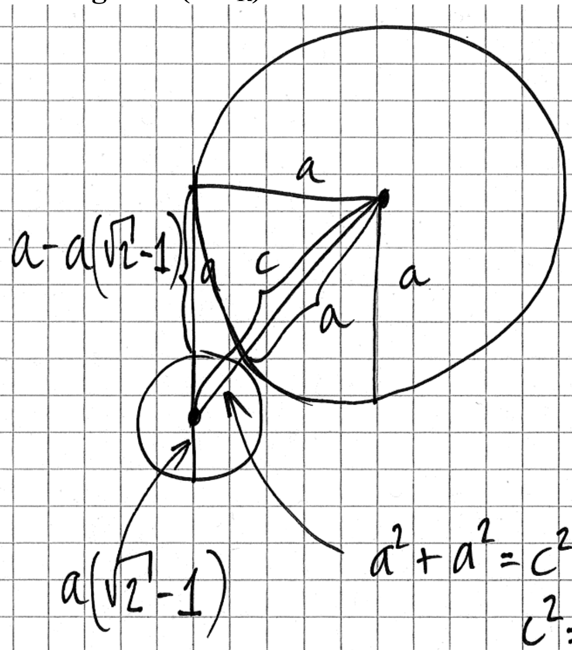
$$r + a = \sqrt{a^2+a^2}$$

$$r = \sqrt{2a^2} - a$$

$$r = a(\sqrt{2a} - 1)$$

Kommentar: I elevlösningen är påståendet ”har blivit en rätvinklig triangel…” otydligt. I övrigt är lösningen godtagbar till och med näst sista raden. Faktoriseringen på sista raden är felaktig och därmed uppfylls inte kraven för den andra resonemangspoängen på A-nivå.

Elevlösning 14.2 (2 A_R)



$a^2 + a^2 = c^2$

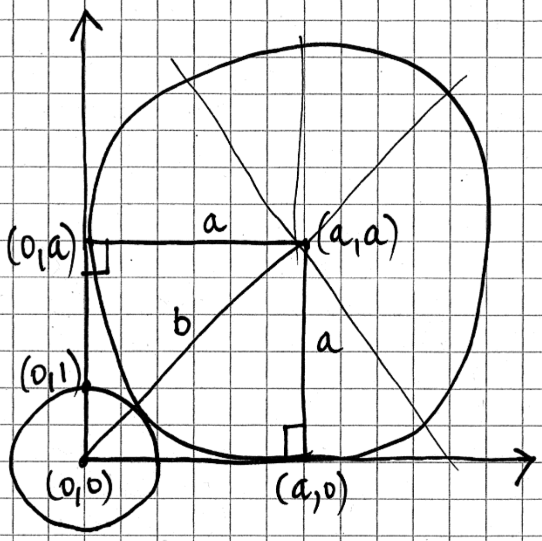
$c^2 = 2a^2$

$\sqrt{2a^2} = \sqrt{c^2} = \sqrt{2} \cdot a$

$c - a = \sqrt{2} \cdot a - a$ faktoriseras

Kommentar: Elevlösningen visar ett resonemang som anses vara nätt och jämnt godtagbart trots att faktorisering på sista raden saknas. Gällande kommunikation är lösningen ostrukturerad och inte lätt att följa och förstå. Till exempel framgår det inte tydligt att det är den mindre cirkelns radie som ges av $c - a$. Ingen explicit slutsats finns uttryckt i lösningen. Dessa brister gör att kraven för kommunikationspoäng på A-nivå inte anses uppfyllda. Elevlösningen ges två resonemangspoäng på A-nivå.

Elevlösning 14.3 (2 A_R och 1 A_K)



$(a\sqrt{2}-1a)$

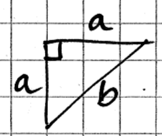
areān för fyrkanten inuti den stora cirkeln:

a^2

För att komma åt b använder jag Phythagoras   kvadraten har 90° vinklar (4st)

$(a^2+b^2=c^2)$

$a^2+a^2=b^2$



$2a^2=b^2$

$b^2=2a^2$

Stora cirkelns radie är a vilket betyder att lilla cirkelns radie är $b-a$

$\sqrt{b^2}=\sqrt{2a^2}$

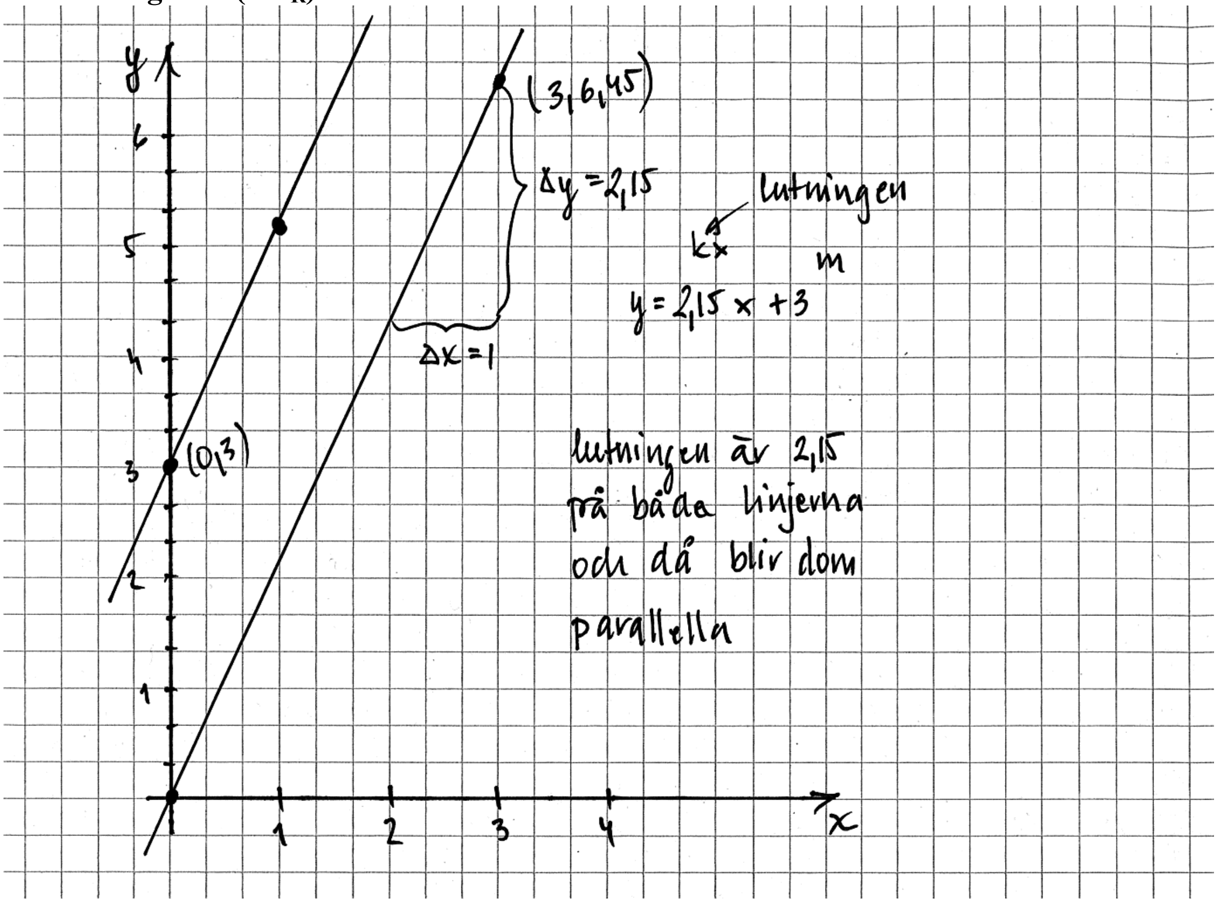
$b=\sqrt{2}\,a$

$(\sqrt{2}\cdot a-a)=a(\sqrt{2}-1)$ le

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation finns förklarande figur och definierade beteckningar. Lösningen är lätt att följa och förstå. Elevlösningen ges samtliga poäng som är möjliga att få.

Uppgift 15.

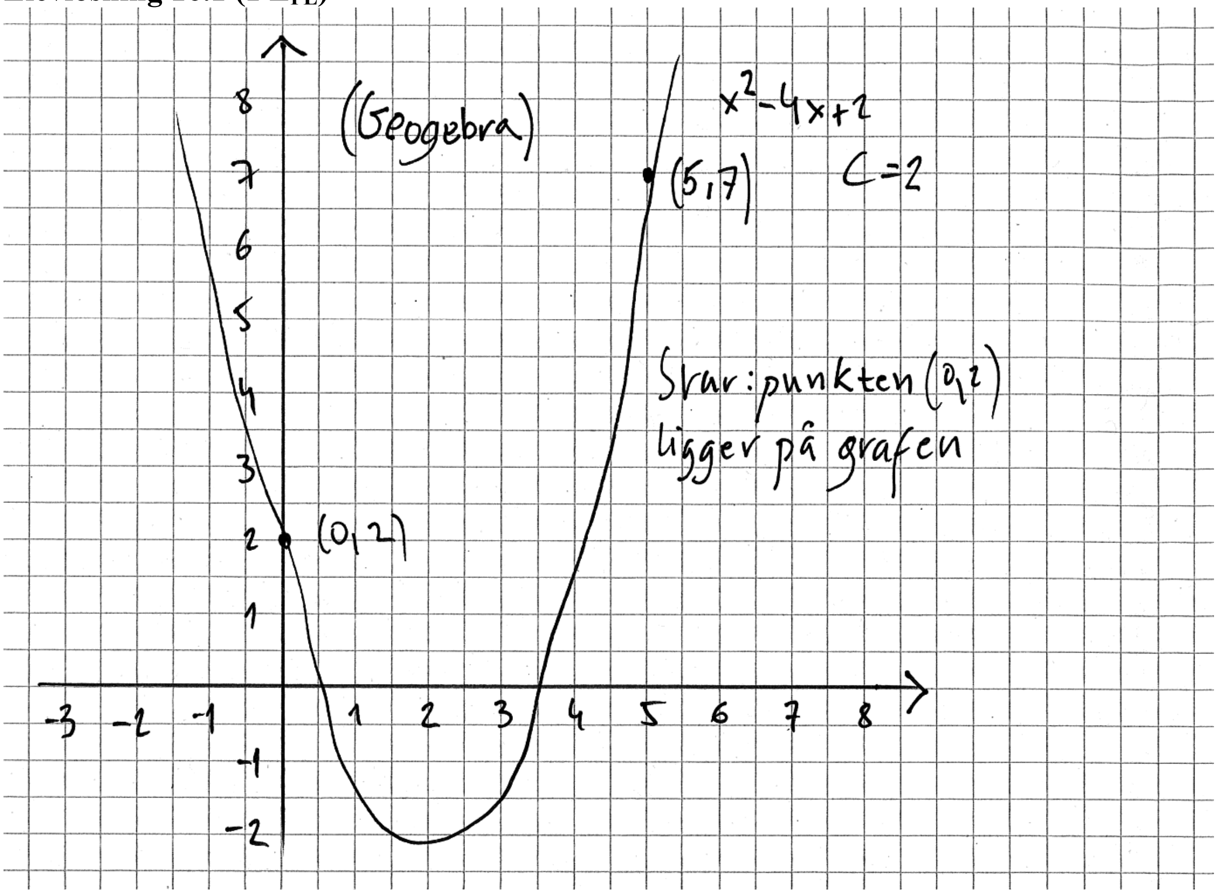
Elevlösning 15.1 (1 E_R)



Kommentar: I elevlösningen visas insikt om att *k*-värdet för linjen genom origo ska bestämmas. En grafisk lösningsmetod är inte tillräckligt noggrann för att kunna avgöra om linjerna är parallella. Lösningen ges ansatspoängen på E-nivå.

Uppgift 16.

Elevlösning 16.1 (1 E_{PL})



Kommentar: Uppgiften är löst med digitalt hjälpmedel. Det redovisas dock inte hur det digitala hjälpmedlet har använts varken för bestämning av konstanten $C = 2$ eller för bestämning av punkten (0, 2). Sammantaget anses lösningen motsvara en godtagbar ansats och ges den första problemlösningspoängen på E-nivå.

Uppgift 18.

Elevlösning 18.1 (1 C_R)

Julia borde satt ut "←"

$x=2$ behöver inte vara det enda svaret till $x^2=4$. $-2\cdot-2$ blir också 4.

Kommentar: Elevlösningen visar en felaktigt vald symbol. Av resonemanget framgår det att även $x = -2$ är en lösning till $x^2 = 4$. Lösningen ges en resonemangspoäng på C-nivå.

Uppgift 19.a

Elevlösning 19.a.1 (1 E_M)

Eftersom Beaufort talet 12 är för
32,7 måste det vara mindre

$0{,}8365 \cdot 11^{\frac{3}{2}} \approx 30$

Därför är Beauforttalet till
29 m/s 11

Kommentar: Elevlösningen visar en prövning där det inte redovisas varför Beauforttalet 10 utesluts. Detta anses nätt och jämnt motsvara en godtagbar ansats och lösningen ges en modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 19.a.2 (2 E_M)

$0{,}8356 \cdot 11^{3/2} = 30$ m/s

$0{,}8356 \cdot 10^{3/2} = 26$ m/s

Svar: Beauforttalet är ca 11.
(Jag visste att talet inte kunde vara
mer än 12, men inte så mycket mindre
än 12 eftersom $0{,}8356 \cdot 12^{3/2} = 34{,}7$).

Kommentar: Elevlösningen visar en prövning genom att beräkna vindhastigheten för två värden på *B*. Frasen ”talet inte kunde vara mer än 12, men inte så mycket mindre” anses nätt och jämnt motsvara ett enkelt omdöme om resultatets rimlighet trots att motivering saknas till varför Beauforttalet är 11 och inte 10. Lösningen ges två modelleringspoäng på E-nivå.

Elevlösning 19.a.3 (2 E_M)

$29 = 0{,}8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$

$\frac{29}{0{,}8365} = 34{,}67$

$34{,}67 = B^{\frac{3}{2}}$

$29 = 0{,}8365 \cdot B^{\frac{3}{2}}$

skrev in ekvationen på räknaren.

Fick då svaret $x = 10{,}63$

Svar: Beaufortalet är 11

Kommentar: I elevlösningen har ekvationen lösts med digitalt hjälpmedel. Trots att det inte redovisas hur det digitala hjälpmedlet har använts anses elevlösningen nätt och jämnt uppfylla kraven för en godtagbar lösning och ges båda modelleringspoängen på E-nivå.

Uppgift 20.a

Elevlösning 20.a.1 (0 poäng)

H, eftersom att den inte fortsätter öka/minska utan stannar på samma nivå efter hundra.

Kommentar: Motiveringen anses inte vara godtagbar eftersom det inte framgår hur funktionerna *f* och *g* har uteslutits *eller* hur *h* har identifierats som en exponentialfunktion. Elevlösningen ges 0 poäng.

Elevlösning 20.a.2 (1 C_M)

h Svar: Grafen h visar hur det minskar även om hur lång tid det tar tills de dött ut helt och hållet.
Alla visar väl egentligen hur de har minskat men f visar mer hur mycket valarna minskas om man fortsätter jaga på samma sätt och dödar lika många varje år.
Medan g visar hur valarna tillslut skulle börja öka igen om man slutade jaga.
Så h representerar minskningen bäst.

Kommentar: Elevlösningen visar en nätt och jämnt godtagbar motivering till varför funktionerna *f* och *g* utesluts. Lösningen ges en modelleringspoäng på C-nivå.

Uppgift 20.b

Elevlösning 20.b.1 (1 C_M och 1 C_K)

$y = C \cdot a^x$

$C = 239\,000$
startvärde
efter 100 år 2300
valar kvar

$2300 = 239000 \cdot a^{100}$

$a^{100} = \frac{23}{2390}$

$a = \sqrt[100]{\frac{23}{2390}}$

$a \approx 0{,}95$

$y = 239000 \cdot 0{,}95^{165}$

$y \approx 50$

Svar: 50 st

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Eftersom *a* avrundas till för få siffror, blir svaret felaktigt. Gällande kommunikation förklaras inte varför antalet år ska vara 165 i ekvationen $y = 239000 \cdot 0{,}95^{165}$, i övrigt är lösningen möjlig att följa och förstå och kraven för kommunikationspoäng på C-nivå anses uppfyllda. Elevlösningen ges första modelleringspoängen samt kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 20.b.2 (2 C_M och 1 C_K)

om förändringsfaktor är x

$2300 = 239000 \cdot x^{100} \quad (x > 0)$

$x^{100} = \frac{23}{2390}$

$x \approx 0{,}955$

$2065 - 1900 = 165$ år

$h = 239000 \cdot 0{,}955^{165} \approx 120$ st

Svar: 120 blåvalar finns kvar år 2065.

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. En avrundning i förändringsfaktorn till tre värdesiffror ger ett svar som avviker från svaret i bedömningsanvisningen men anses godtagbart. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och uppfyller kraven för kommunikationspoäng på C-nivå. Sammantaget ges lösningen samtliga möjliga poäng.

Uppgift 22.

Elevlösning 22.1 (1 A_M och 1 A_K)

36 x 46 = 59 kr

46 x 56 = 81 kr (−3 cm på varje sida pga. ramen)

36x46 → plattan = 30·40 cm → 0,12 m²

ramen = (31·2) + (41·2) = 144 cm (längd) = 1,44 m

pris i kr för plattan x/m²

pris i kr för ramen y/m

0,12x + 1,44y = 59

46x56 = 81 kr (−3 cm på varje sida pga. ramen)

46x56 → plattan → 40x50 cm → 0,2 m²

ramen = (41·2) + (51·2) = 184 cm (längd) = 1,84 m

$$\begin{cases} 0{,}2x + 1{,}84y = 81 & (1) \\ 0{,}12x + 1{,}44y = 59 & (2) \end{cases}$$

(1) 0,2x + 1,84y = 81 ·5

⇒ x = 405 − 9,2y

ins i (2)

(405 − 9,2y) 0,12 + 1,44y = 59

48,6 − 1,104y + 1,44y = 59

0,336y = 10,4

y = 30,9523...

ins i (1)

Fortsättning på nästa sida.

$0{,}2x + 1{,}84(30{,}9523\ldots) = 81$

$0{,}2x = 24{,}0476$

$x = 120{,}2380\ldots$

plattan $= 120$ kr/m^2

ramen $= 31$ kr/m

tavla med bredden a m och längden b m

plattan $= ((a-0{,}06)\cdot(b-0{,}06))\cdot 120$ kr

ramen $= ((2a-0{,}1)\cdot(2b-0{,}1))\cdot 31$ kr

totalt pris $=$

$((a-0{,}06)\cdot(b-0{,}06))\cdot 120 + ((2a-0{,}1)\cdot(2b-0{,}1))\cdot 31\text{ kr} =$

$= (ab - 0{,}06a - 0{,}06b + 0{,}0036)\cdot 120 +$

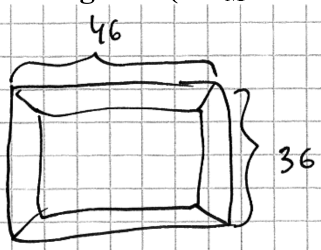
$+ (4ab - 0{,}2a - 0{,}2b + 0{,}01)\cdot 31 =$

$= 120ab - 7{,}2a - 7{,}2b + 0{,}432 + 124ab - 6{,}2a$

$- 6{,}2b + 0{,}31 = \underline{\underline{244ab - 13{,}4a - 13{,}4b + 0{,}742\text{ kr}}}$

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. När ekvationssystemet ställs upp görs fel i ramlängden och motsvarande fel görs då det generella uttrycket ställs upp. Den felaktiga bestämningen av ramlängden gör att varken priserna eller det generella uttrycket blir korrekt beräknade. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå och matematiska symboler är korrekt använda. Felen som görs i början påverkar inte uppgiftens svårighetsgrad och kraven för kommunikationspoäng på A-nivå anses därmed vara uppfyllda. Sammantaget ges elevlösningen en modelleringspoäng på A-nivå och en kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 22.2 (3 A_M och 1 A_K)



längd av list = 164 cm

plattans sidor

utan ram : 40 × 30

Area = 1200 cm²

$1200\ cm^2 = 0{,}12\ m^2$

$164\ cm = 1{,}64\ m$

y = pris/m² för plattan

x = pris/m för listen

$0{,}12y + 1{,}64x = 59$ kr

genom att använda samma på den stora brickan får jag fram : längd på list : 2,04 m

area på plattan : 0,2 m²

$0{,}2y + 2{,}04x = 81$ kr

$$\begin{cases} 0{,}12y + 1{,}64x = 59 \\ 0{,}2y + 2{,}04x = 81 \end{cases}$$

$$0{,}2y \cdot -0{,}6 = -0{,}12y$$

$$\begin{cases} 0{,}12y + 1{,}64x = 59 \\ -0{,}12y - 1{,}224x = -48{,}6 \end{cases}$$

Additions formeln

$$0{,}12y - 0{,}12y + 1{,}64x - 1{,}224x = 59 - 48{,}6$$

$$0{,}416x = 10{,}4$$

$x = 25$ kr/m för list

Fortsättning på nästa sida.

$0{,}12y + 1{,}64 \cdot 25 = 59$

$y = 150$ kr/m^2 för platta

$25 \cdot 2(a + b) + ((a - 0{,}06)(b - 0{,}06)) \cdot 150 =$

pris/längd (list)

pris/area (platta)

$50a + 50b + (ab - 0{,}06a - 0{,}06b + 0{,}0036)150$

$50a + 50b + 150ab - 9a - 9b + 0{,}54$

$41a + 41b + 150ab + 0{,}54 = \text{pris}$

då a är bredden i m och

b är längden i m

Kommentar: Elevlösningen behandlar uppgiften i sin helhet. Gällande kommunikation är lösningen lätt att följa och förstå eftersom såväl enheter som variabler sätts ut och används korrekt. Elevlösningen ges samtliga möjliga poäng.

Ur ämnesplanen för matematik

Matematiken har en flertusenårig historia med bidrag från många kulturer. Den utvecklas såväl ur praktiska behov som ur människans nyfikenhet och lust att utforska matematiken som sådan. Kommunikation med hjälp av matematikens språk är likartad över hela världen. I takt med att informationstekniken utvecklas används matematiken i alltmer komplexa situationer. Matematik är även ett verktyg inom vetenskap och för olika yrken. Ytterst handlar matematiken om att upptäcka mönster och formulera generella samband.

Ämnets syfte

Undervisningen i ämnet matematik ska syfta till att eleverna utvecklar förmåga att arbeta matematiskt. Det innefattar att utveckla förståelse av matematikens begrepp och metoder samt att utveckla olika strategier för att kunna lösa matematiska problem och använda matematik i samhälls- och yrkesrelaterade situationer. I undervisningen ska eleverna ges möjlighet att utmana, fördjupa och bredda sin kreativitet och sitt matematikkunnande. Vidare ska den bidra till att eleverna utvecklar förmåga att sätta in matematiken i olika sammanhang och se dess betydelse för individ och samhälle.

Undervisningen ska innehålla varierade arbetsformer och arbetssätt, där undersökande aktiviteter utgör en del. När så är lämpligt ska undervisningen ske i relevant praxisnära miljö. Undervisningen ska ge eleverna möjlighet att kommunicera med olika uttrycksformer. Vidare ska den ge eleverna utmaningar samt erfarenhet av matematikens logik, generaliserbarhet, kreativa kvaliteter och mångfacetterade karaktär. Undervisningen ska stärka elevernas tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang samt ge utrymme åt problemlösning som både mål och medel. I undervisningen ska eleverna dessutom ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda digital teknik, digitala medier och även andra verktyg som kan förekomma inom karaktärsämnena.

Undervisningen i ämnet matematik ska ge eleverna förutsättningar att utveckla förmåga att:

1. använda och beskriva innebörden av matematiska begrepp samt samband mellan begreppen.
2. hantera procedurer och lösa uppgifter av standardkaraktär utan och med verktyg.
3. formulera, analysera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier, metoder och resultat.
4. tolka en realistisk situation och utforma en matematisk modell samt använda och utvärdera en modells egenskaper och begränsningar.
5. följa, föra och bedöma matematiska resonemang.
6. kommunicera matematiska tankegångar muntligt, skriftligt och i handling.
7. relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhälleligt och historiskt sammanhang.

Kunskapskrav Matematik kurs 2a, 2b och 2c

Betyget E
Eleven kan **översiktligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt **översiktligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena **i bekanta situationer**. I arbetet hanterar eleven **några enkla** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med viss säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av enkel karaktär**. Dessa problem inkluderar **ett fåtal** begrepp och kräver **enkla** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att tillämpa **givna** matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier och metoder.

Eleven kan föra **enkla** matematiska resonemang och värdera med **enkla** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **med inslag av** matematiska symboler och andra representationer.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **kursens innehåll** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **enkla** resonemang om exemplens relevans.

Betyget D Betyget D innebär att kunskapskraven för E och till övervägande del för C är uppfyllda.

Betyget C
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **några** representationer samt beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med viss säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med viss säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja och** tillämpa matematiska modeller. Eleven kan med **enkla** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade** matematiska resonemang och värdera med **nyanserade** omdömen egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med viss säkerhet** i tal, skrift och handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med viss anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade** resonemang om exemplens relevans.

Betyget B Betyget B innebär att kunskapskraven för C och till övervägande del för A är uppfyllda.

Betyget A
Eleven kan **utförligt** beskriva innebörden av centrala begrepp med hjälp av **flera** representationer samt **utförligt** beskriva sambanden mellan begreppen. Dessutom växlar eleven **med säkerhet** mellan olika representationer. Eleven kan **med säkerhet** använda begrepp och samband mellan begrepp för att lösa **komplexa** matematiska problem och problemsituationer i karaktärsämnena. I arbetet hanterar eleven **flera** procedurer och löser uppgifter av standardkaraktär **med säkerhet och på ett effektivt sätt**, både utan och med digitala verktyg.

Eleven kan formulera, analysera och lösa matematiska problem **av komplex karaktär**. Dessa problem inkluderar **flera** begrepp och kräver **avancerade** tolkningar. **I problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra**. I arbetet gör eleven om realistiska problemsituationer till matematiska formuleringar genom att **välja**, tillämpa **och anpassa** matematiska modeller. Eleven kan med **nyanserade** omdömen utvärdera resultatets rimlighet samt valda modeller, strategier, metoder **och alternativ till dem**.

Eleven kan föra **välgrundade och nyanserade** matematiska resonemang, värdera med **nyanserade** omdömen **och vidareutveckla** egna och andras resonemang samt skilja mellan gissningar och välgrundade påståenden. Dessutom uttrycker sig eleven **med säkerhet** i tal, skrift och i handling **samt använder** matematiska symboler och andra representationer **med god anpassning till syfte och situation**.

Genom att ge exempel relaterar eleven något i **några av kursens delområden** till dess betydelse inom andra ämnen, yrkesliv, samhällsliv och matematikens kulturhistoria. Dessutom kan eleven föra **välgrundade och nyanserade** resonemang om exemplens relevans.

Centralt innehåll Matematik kurs 2a

Undervisningen i kursen ska behandla följande centrala innehåll:

Taluppfattning, aritmetik och algebra

T1 Metoder för beräkningar vid budgetering.
T2 Metoder för beräkningar med potenser med rationella exponenter.
T3 Strategier för att formulera algebraiska uttryck, formler och ekvationer kopplat till konkreta situationer och karaktärsämnena.
T4 Hantering av kvadrerings- och konjugatregeln i samband med ekvationslösning.
T5 Räta linjens ekvation samt hur analytisk geometri binder ihop geometriska och algebraiska begrepp.
T6 Användning av linjära ekvationssystem i problemlösningssituationer.
T7 Algebraiska och grafiska metoder för att lösa potens- och andragradsekvationer samt linjära ekvationssystem.
T8 Lösning av exponentialekvationer genom prövning och grafiska metoder.

Geometri

G1 Fördjupning av geometriska begrepp valda utifrån karaktärsämnenas behov, till exempel sinus, cosinus, tangens, vektorer och symmetrier.
G2 Matematisk argumentation med hjälp av grundläggande logik inklusive implikation och ekvivalens samt jämförelser med hur man argumenterar i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang.

Samband och förändring

F1 Begreppet funktion, definitions- och värdemängd. Tillämpningar av och egenskaper hos linjära funktioner samt potens-, andragrads- och exponentialfunktioner.
F2 Representationer av funktioner, till exempel i form av ord, gestaltning, funktionsuttryck, tabeller och grafer.
F3 Konstruktion av grafer till funktioner samt bestämning av funktionsvärde och nollställe, utan och med digitala verktyg.
F4 Skillnader mellan begreppen ekvation, algebraiskt uttryck och funktion.

Problemlösning

P1 Strategier för matematisk problemlösning inklusive användning av digitala medier och verktyg.
P2 Hur matematiken kan användas som verktyg i behandlingen av omfångsrika problemsituationer i karaktärsämnena. Matematikens möjligheter och begränsningar i dessa situationer.
P3 Matematiska problem av betydelse för samhällsliv och tillämpningar i andra ämnen.
P4 Matematiska problem med anknytning till matematikens kulturhistoria.