Miniräknarguide

Parenteser

Inledning

De flesta av dagens miniräknare klarar av att beräkna längre uttryck i rätt ordning, man behöver alltså inte överdriva användningen av parenteser. Det finns däremot en del situationer där det är nödvändigt.

Exempel

Bråk	
Ett vanligt fel är att glömma parenteser kring täljare eller nämnare. Tänk här att man måste vara övertydlig mot miniräknaren. $\frac{5}{2+8}$ skrivs på miniräknaren in $5/(2\ +\ 8)$. *Om man inte sätter ut en parentes så räknar miniräknaren uttrycket som* $5/2\ +\ 8$.	`5/(2+8)` `.5`
Exempel: Beräkna $\frac{19+45}{28-12}$ Här måste vi ha parentes om både täljaren och nämnaren.	`(19+45)/(28-12)` `4`
Potenser	
Exempel: Beräkna $2^{3\cdot1,5}$. När vi skriver ut detta måste vi ha en parentes runt exponenten. Om inte så beräknas uttrycket som $2^{3}\cdot1,5$, *(eftersom potenser beräknas före multiplikation)*.	`2^(3*1.5)` `22.627417`
Exempel: Beräkna $20^{1/3}$. Även här måste man vi använda parenteser kring exponenten.	`20^(1/3)` `2.714417617`
Exempel: Lös ekvationen $x^{2,8}\ =\ 45$. För att ta reda på *x* måste vi skriva in 45^$(\frac{1}{2,8})$ **Svar:** $x\approx3,89$	`45^(1/2.8)` `3.894332604`

Övergripande parenteser	
Exempel: Beräkna $\left(\frac{2+4}{3-1}\right)^2$. Här måste vi både parenteser både om täljaren och om nämnaren, samt en övergripande parentes för hela uttrycket som ska upphöjas med två.	`((2+4)/(3-1))^2` `9`
Logaritmer	
Exempel: Beräkna $\lg lg\ 8\ \cdot 10$ När man slår in logaritmer på miniräknaren måste man ha parenteser kring det som man ska ta logaritmen av, man får skriva $\lg lg\ (\quad)$. Om man missar det tolkar miniräknaren det som $\lg lg\ (8 \cdot 10) = \lg lg\ 80$, vilket är felaktigt.	`log(8)*10` `9.03089987`

Exempel: $1,4^{2x} = 35.$
 	
$2x \cdot \lg lg\ 1,4\ = \lg lg\ 35$
 	
Svar: $x = \frac{\lg lg\ 35}{2 \cdot \lg lg\ 1,4} \approx 5,28$
 	
Här är det även viktigt att ha parentes kring nämnaren!
	`log(35)/(2*log(1`
	`.4))`
	`5.283271062`

Grafer och koordinatsystemet

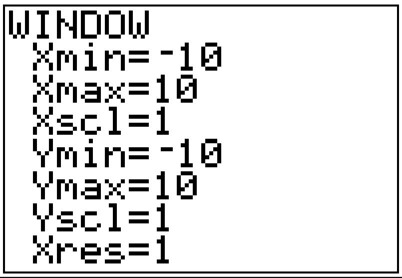
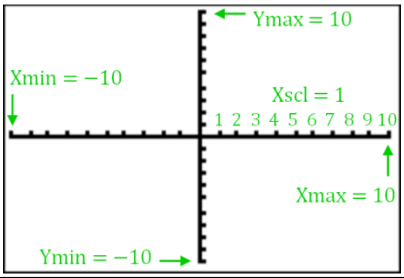
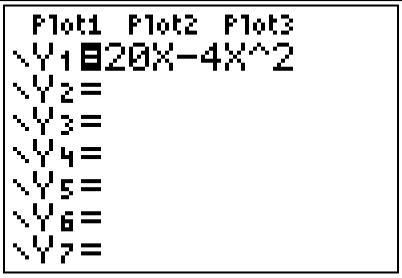
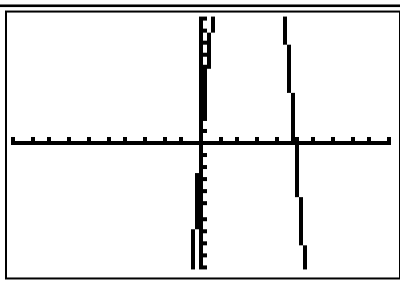
Inledning

Miniräknaren har många bra funktioner som vi kan använda när vi arbetar med grafer. Om man kan alla funktioner på miniräknaren så är det otroligt bra hjälpmedel på proven.

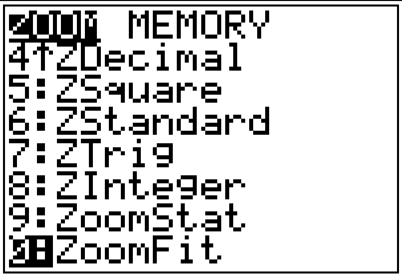
I det här avsnittet ska vi gå igenom hur man:

- ställer in grafönstret
- hittar nollställen
- hitta skärningspunkter
- går från x ⟶ y och y ⟶ x

Exempel

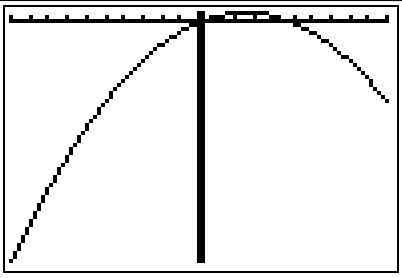
Grafönstret	
Tryck "window" för att redigera grafönstret. I "window" ställer vi in inställningarna för hur grafönstret ska se ut. Vi ställer in största och minsta x- och y-värde. Vi kan även ställa in axelgraderingen. "Xscl = 1" innebär att varje sträck på x-axeln har värdet 1.	
Tryck graph för att se hur dina inställningar ser ut.	
Anpassa grafönstret efter en graf.	
Det finns ingen felfri metod för att ta fram ett perfekt fönster för en graf, ofta får man prova sig fram. Vi ska här gå igenom en strategi hur man provar sig fram samt funktionen "zoom fit". Vi tittar på funktionen $y = 20x - 4x^2$.	
Tryck på graph för att se på grafen. Med nuvarande inställningar (zoom standard) ser vi inte hela grafen.	

För att anpassa fönstret till grafen gör vi följande: tryck "zoom" och bläddra därefter ner till "ZoomFit" och tryck "enter".



Det "ZoomFit" gör är att anpassa y-värdena efter de x-värden som är inställda på "window".

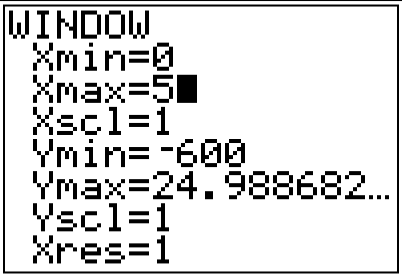
I "window" har vi följande inställningar "Xmin = −10" och "Xmax = 10". Y-värdena är nu anpassade så att vi ser hela grafen för valda x-värden.



Låt säga att vi är intresserade av hur grafen ser ut mellan nollställena.

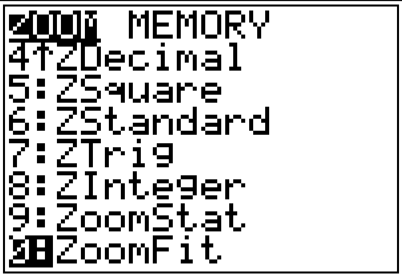
För ekvationen $y = 20x - 4x^2 = 0$ gäller att $x_1 = 0$ och $x_2 = 5$.

Vi ställer in dessa värden på "window".



Nu väljer vi återigen "ZoomFit" för att anpassa y-värdena efter valda x-värden.

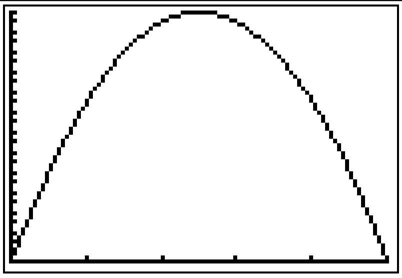
Tryck "enter".



Nu ser vi hela grafen mellan nollställena.

Sammanfattning: För att ställa in sitt fönster till en viss graf gör man

1. Skriv in funktionen
2. Ställ in x-värden
3. Välj "zoom" → "ZoomFit"
4. Om grafen inte ser ut som önskat; byt x-värden!

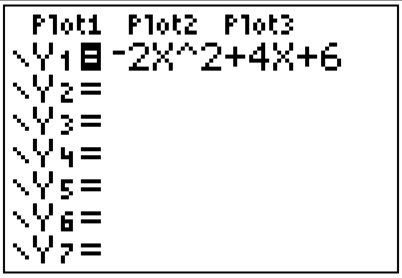


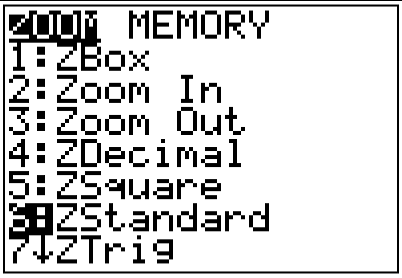
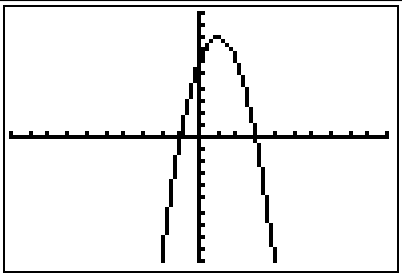
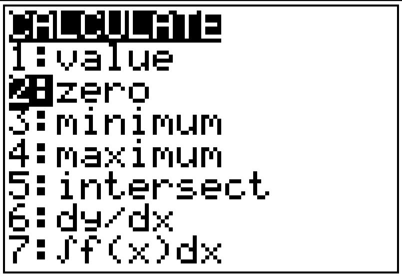
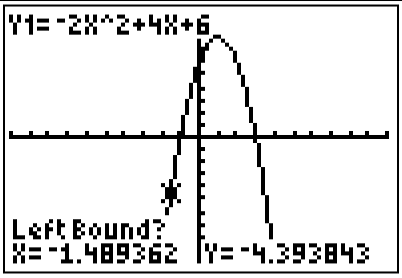
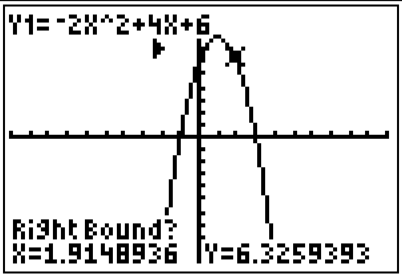
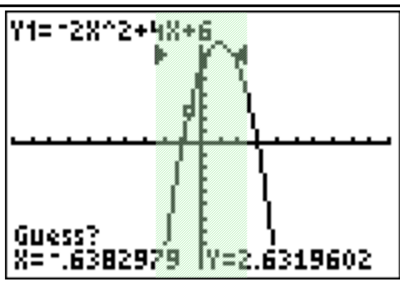
Nollställen

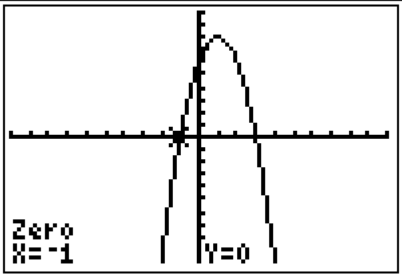
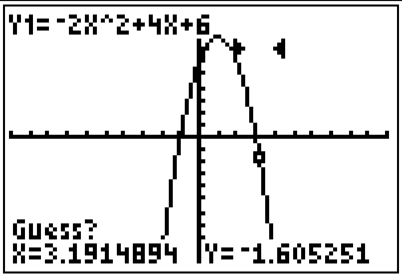
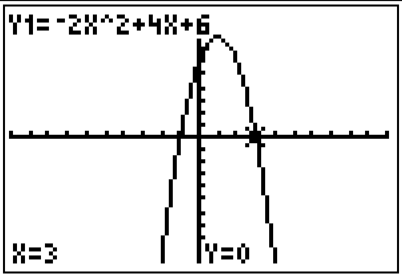
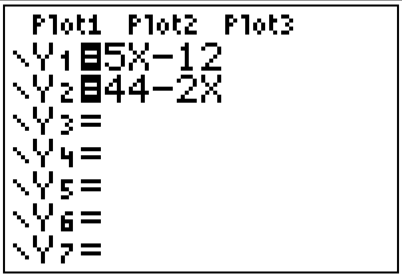
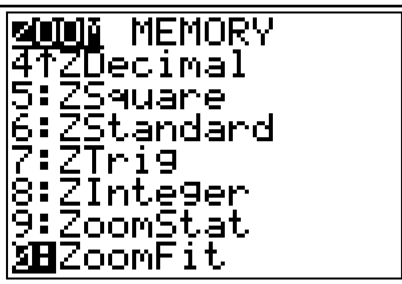
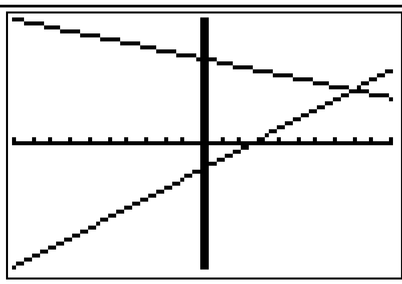
Att hitta nollställen med hjälp av miniräknaren är väldigt smidigt.

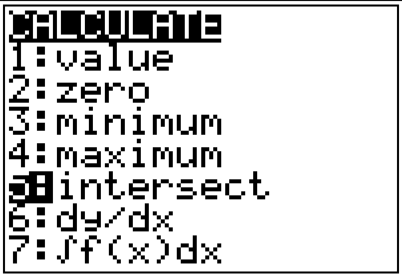
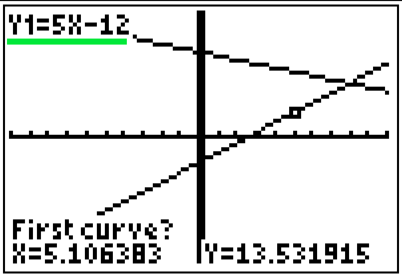
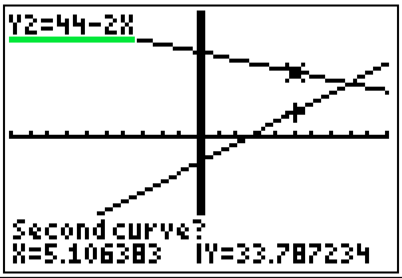
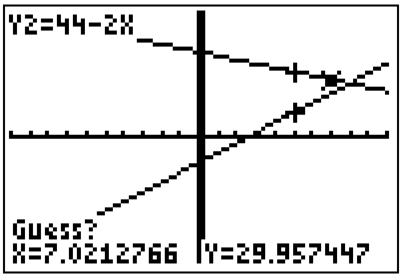
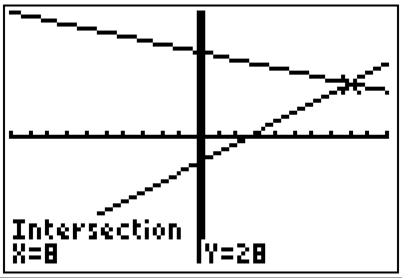
Exempel: Hitta nollställen till funktionen $y =- 2x^2 + 4x + 6$.

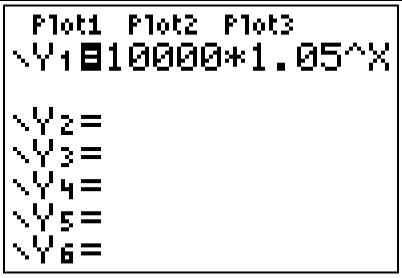
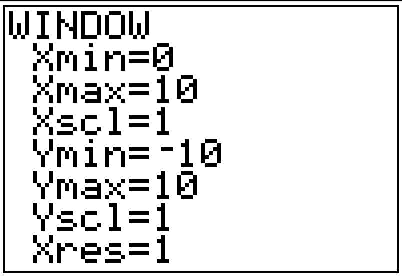
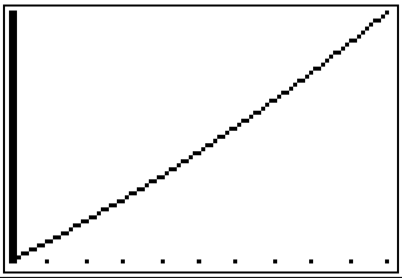
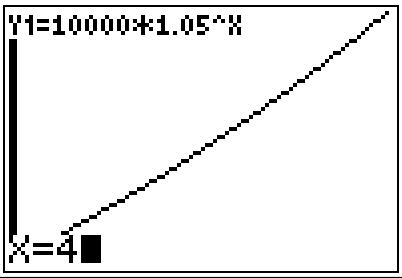
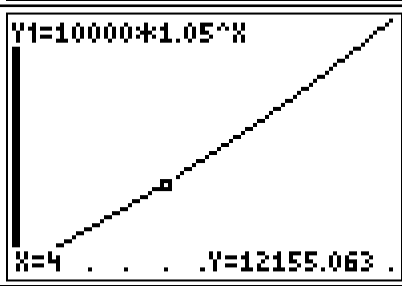
Vi börjar med att skriva in funktionen.

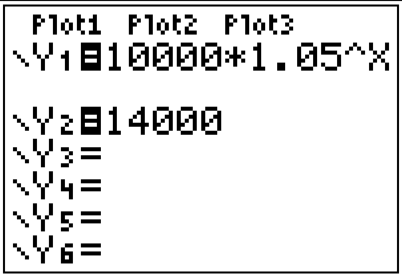


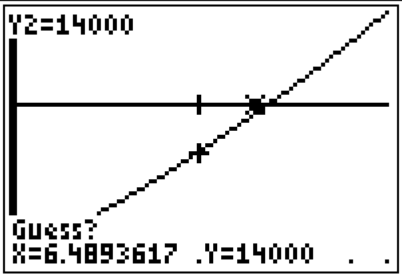
För att få ett bra fönster väljer vi "ZoomStandard"; "Zoom" → "ZoomStandard" → "Enter".	
Nu ser vi funktionen.	
Miniräknaren har en inbyggd funktion för att hitta nollställen; "Zero". Kommando: 	
Det man gör nu är att ställa in det område var miniräknaren ska leta efter nollställen. Miniräknaren frågar efter "Left bound"; den vänstra gränsen för området den ska avsöka. Vi börjar med att ta fram nollstället längst till vänster. Ställ markören på vänster sida om nollstället och tryck "enter".	
Miniräknaren frågar nu efter "Right bound". Ställ markören på högersida om nollstället och tryck "enter".	
Miniräknaren frågar nu "Guess?". Den undrar om den ska gissa sig fram till ett nollställe i det markerade området. Om det finns fler än ett nollställe inom det markerade området tar miniräknaren fram det som är närmast markören. Ställ i så fall markören nära det önskade nollstället och tryck "enter". Om det bara finns ett nollställe inom det markerade området så spelar det ingen roll var markören står. *Det gröna området visar området som vi sagt åt miniräknaren att söka igenom efter nollställen.*	

Nu har vi fått fram det ena nollstället! $x_1 = -1$	
För att få fram det andra nollstället så upprepa hela proceduren, men ställ markera området runt det andra nollstället.	
Nu har vi även fått fram det andra nollstället! **Svar:** $x_1 = -1, x_2 = 3$ Att ta fram nollställen med hjälp av miniräknaren är ett väldigt bra hjälpmedel, dels för att kontrollräkna sina svar men också vid högre potensekvationer som vi inte kan lösa algebraiskt. $f(x) = x^4 + 3x^3 - 4$ är till exempel en funktion där vi inte kan ta fram nollställena algebraiskt, utan måste använda miniräknaren.	
Hitta skärningspunkter	
Exempel: Lös ekvationssystemet $\begin{cases} y = 5x - 12 \\ y = 44 - 2x \end{cases}$ grafiskt. Det vi vill göra är att hitta skärningspunkten. Vi skriver in funktionerna som y_1 och y_2 på räknaren.	
För att få ett bra fönster väljer vi "ZoomFit"	
Nu ser vi båda graferna. Nu ska vi hitta skärningspunkten.	

Välj "Calc" → "Intersect" Kommando: 	
Det vi har gjort är att bett räknaren att jämföra två funktioner och ta fram en punkt där de skär varandra. Nu måste vi ange vilka två funktioner det är vi ska jämföra. "First curve?" innebär att vi ska ange den första av de två funktionerna. Uppe i det vänstra hörnet kan du se vilken funktionen det är som är markerad. Om rätt funktion är markerad; tryck "enter". *För att byta markerad funktion använder man uppåt– eller nedåtpilen.*	
Miniräknaren frågar nu "Second curve?". Se till så att rätt funktion är markerad, tryck därefter "enter". Om vi har fler än två funktioner ritade är det väldigt viktigt att välja rätt funktioner. Om vi bara har två funktioner ritade kan man bara trycka "enter", "enter".	
Nu har vi ställt in vilka för vilka grafer vi vill hitta en skärningspunkt för. Ibland kan det hända att det finns flera skärningspunkter. Det räknaren nu ber oss att göra att visa ungefär var skärningspunkten finns. Om det finns flera skärningspunkter får man ställa markören i närheten av den önskade skärningspunkten. Om det bara finns en skärningspunkt kan vi bara trycka "enter".	
Nu har vi hittat skärningspunkten och lösningen till ekvationssystemet. **Svar:** $\{x = 8 \quad y = 28$	
Gå från x → y och y → x	
När man arbetar med funktioner är det i princip två beräkningar man utför: antingen vet man *x* och vill ta reda på *y*, eller vet man *y* och vill ta reda på *x*. **Exempel:** Per sätter in 10 000 kr på ett bankkonto med räntan 5 %. a) Hur mycket pengar finns det på kontot efter 4 år? b) Efter hur många år finns det 14 000 kr på kontot?	

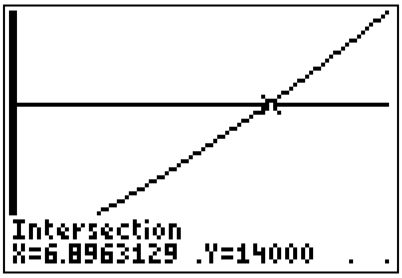
Det första vi gör är att ställa upp och skriva in funktionen: $y = 10\,000 \cdot 1,05^{x}$.	
Nu vill vi ställa in fönstret. Tryck på "window". Vi kan inte direkt veta vad vi ska ha för inställningar. Vi kan anta att då det rör sig om pengar efter ett visst antal år kan en bra definitionsmängd vara $0 \leq x \leq 10$. Vi sätter "Xmin=0" och "Xmax=10".	
För att få fram ett bra fönster väljer vi nu "ZoomFit".	
Nu ser vi hela grafen i vårt angivna interval. Den första uppgiften var att ta reda på *y* när *x = 4*. Tryck på "trace".	
När man trycker på trace så ser det fönstret väldigt snarlikt ut "graph". Skillnaden är att vi här kan välja x-värden och se vad funktionen har för värde. Tryck 4 och "enter".	
Nu blir en koordinat markerade. Vi ser att när *x = 4* så är *y = 12155,063*. **Svar:** a) Efter 4 år finns det ca 12 155 kr på kontot.	

<table>
<tr>
<td>
Nu vill vi ta reda på x-värdet när y = 14 000.
Vi skriver in en ny funktion, $y_2 = 14000$.
Vi har redan ställt in ett bra fönster, så tryck på "graph" för att se funktionerna.
</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>
Vi vill nu hitta skärningspunkten för graferna.
Välj "Calc" → "Intersect".
Välj "First curve" och "Second curve". Ställ markören i närheten av skärningspunkten och tryck "enter".
(Se avsnittet om skärningspunkt för mer detaljerad beskrivning).
</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>
Nu har vi fått vår skärningspunkt; vårt svar.
Svar: Efter ca 6,9 år finns det 14 000 kr på kontot.
Sammanfattningsvis kan man säga att det är betydligt enklare att gå från x till y än tvärtom.

Om vi vet x-värdet behöver vi bara trycka "trace" och rätt x-värde så får vi y-värdet direkt.
Om vi vet y och ska beräkna x måste vi skriva in det önskade y-värdet som en ny funktion och hitta skärningspunkten.

</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

Derivata och Extrempunkter

Inledning

Ibland ställs vi inför funktioner som vi inte kan derivera algebraiskt, eller situationer där ekvationen $f'(x) = 0$ inte kan lösas algebraiskt. I dessa fall måste vi använda räknaren. Räknaren kan också användas till att snabbt beräkna extrempunkter för olika funktioner. Så även om man löst en uppgift perfekt algebraiskt kan det vara bra att kontrollräkna sina svar med hjälp av räknaren.

I det här avsnittet går vi igenom

- Ta fram maximi- och minipunkter
- Ta fram derivata i en viss punkt
- Ta fram grafen till en funktions derivata

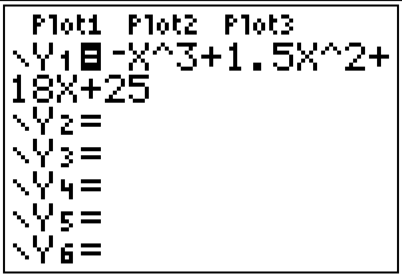
Exempel

Maximi- och minipunkter

Exempel: Bestäm extrempunkter(na) till $f(x) = -x^3 + 1,5x^2 + 18x + 25$. Ange koordinaterna samt om det är maximi- eller minimipunkter.

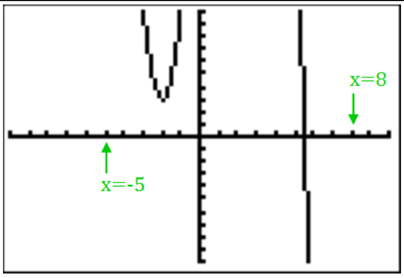
Detta är en uppgift vi kan lösa algebraiskt, men kan lösa snabbare och enklare på räknaren. Vi börjar med att skriva in funktionen.

Tryck på "graph" för att se grafen.

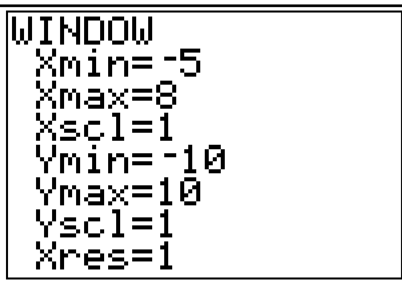


Om man har fönsterinställningen "ZoomStandard" ser vi inte riktigt hela grafen.

Vi kollar på grafen och bestämmer det område vi vill kolla på; i det här fallet t.ex. $-5 \leq x \leq 8$.

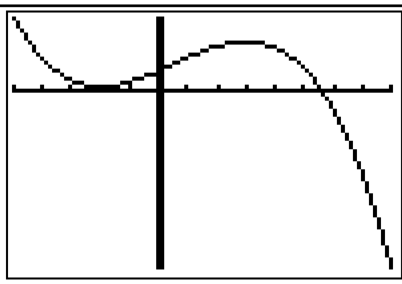


Vi sätter gränserna "Xmin" och "Xmax" i "window". Därefter väljer vi "ZoomFit".



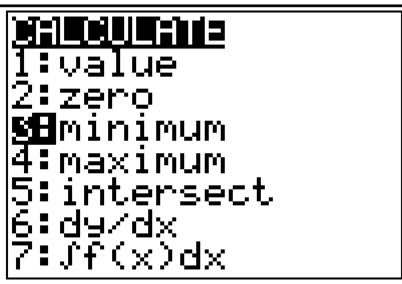
Nu ser vi grafen bra.

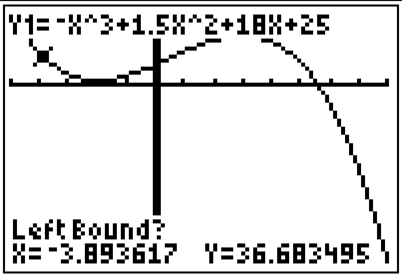
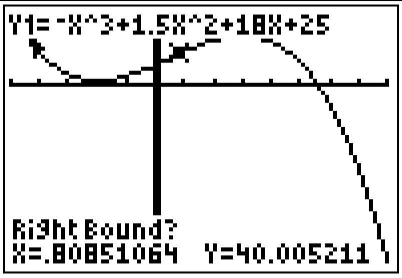
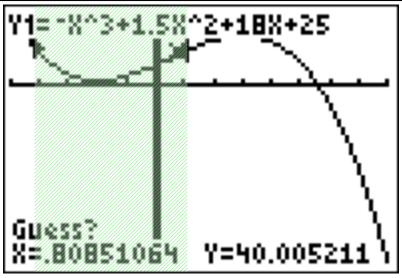
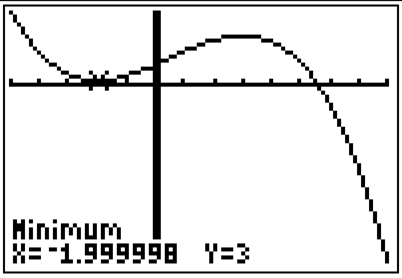
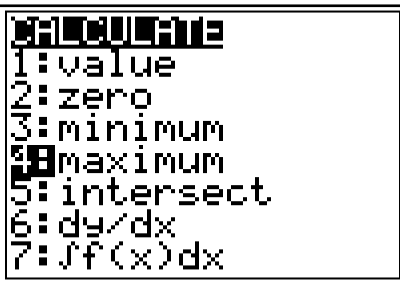
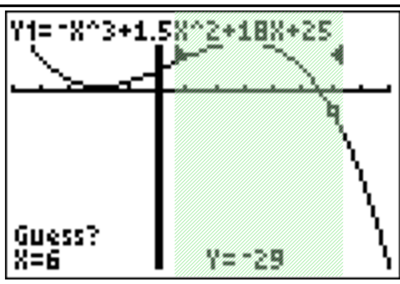
Vi ser att grafen har en maximi- och en minimipunkt. Vi vill nu ta reda på dessa koordinater. Vi börjar med minimipunkten.



Välj "Calc" → "minimum". Tryck "enter"

Kommando: 

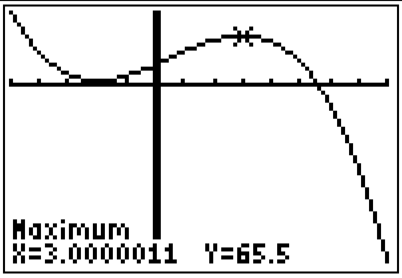


Det vi ska göra nu är att sätta ut området varifrån räknaren ska ta fram det minsta värdet. "Left Bound?" innebär att vi ska markera den vänstra gränsen för området. Gå med markören till ett x-värde till vänster om minimipunkten. Trycket därefter "enter".	
Räknaren frågar nu "Right Bound". Placera markören till höger om minimipunkten och tryck sedan "enter".	
Nu har vi ställt in vilket område miniräknaren ska genomsöka (grönmarkerat i bilden). Tryck "enter".	
Nu har vi koordinaten till minimipunkten! Avrundat blir det $(-\ 2,\ 3)$. Nu ska vi identifiera maximipunkten.	
Välj "Calc" → "maximum" → "Enter".	
Sätt ut left och right bound så området med maximipunkten blir inringat. Tryck "enter".	

Nu har vi koordinaten till maximipunkten!

Avrundat blir det $(3;\ 65,5)$.

Svar: Funktionen har en minimipunkt $(-\ 2,\ 3)$ och en maximipunkt vid $(3; 65,5)$.

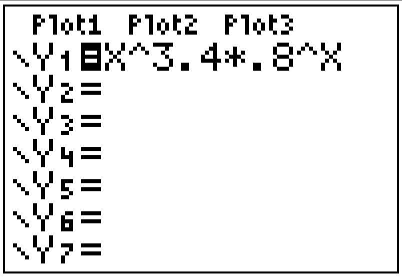


Ta fram derivatan i en punkt

Ibland vill vi ta fram derivatan i en punkt för en funktion vi inte kan derivera algebraiskt. Vi kan då ta fram derivatan med hjälp av räknaren. *(Detta är även ett väldigt bra sätt att kontrollräkna sitt svar).*

Exempel: Bestäm $f'(1,8)$ för $f(x) = x^{3,4} \bullet 0,8^x$

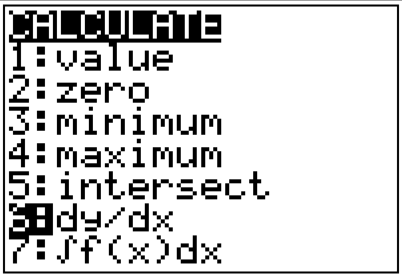
Det första man behöver göra är att skriva in funktionen.



Nu trycker vi "Calc" → "dy/dx"

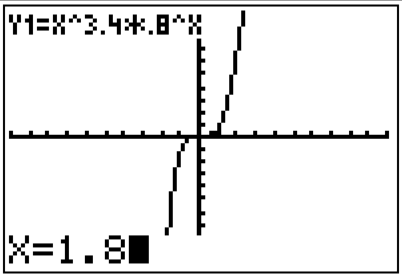
(dy/dx är en annan beteckning för derivata, samma sak som f'(x))

Kommando: 2nd TRACE 6



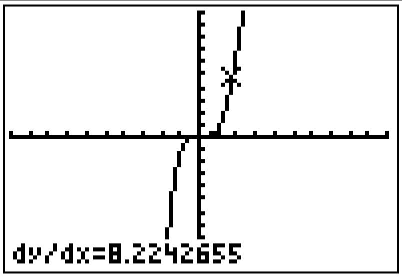
Nu ska vi välja x-värde för den punkten där vi vill veta derivatan.

Skriv in "1,8". Tryck därefter "enter".



Miniräknaren visar "dy/dx=8,2242655", vilket innebär $f'(1,8) =\ 8,2242655$, och vi har fått fram vårt svar!

Detta verktyget är bra att använda när vi vill ta reda på derivatan för en funktion vi inte kan derivera, eller när vi ska kontrollräkna vårt svar.



Funktionen *nDeriv*

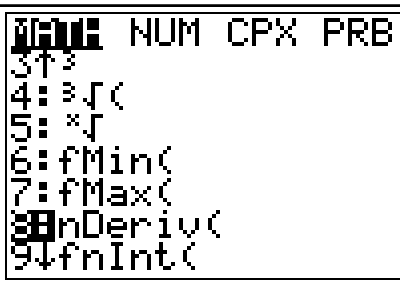
Miniräknaren har även en till metod att ta fram derivata; *nDeriv*.

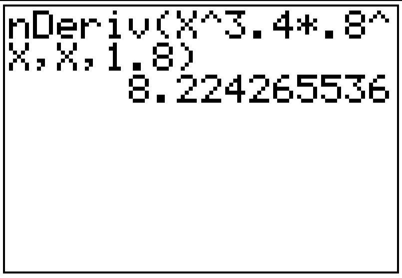
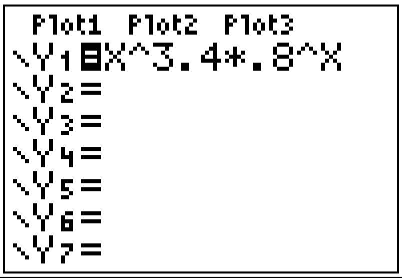
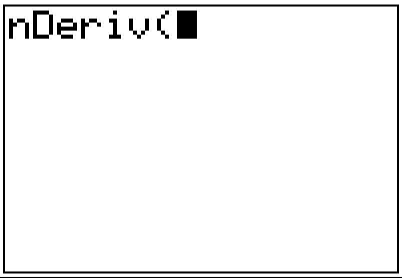
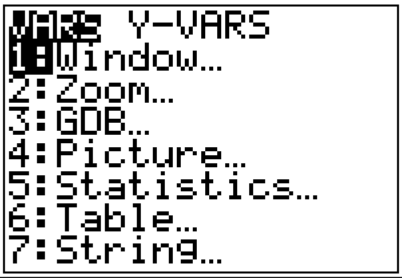
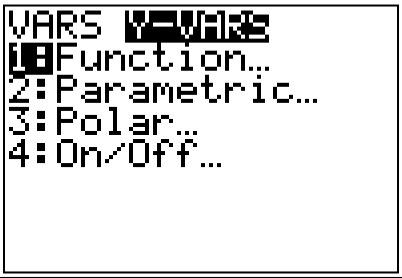
nDeriv är mer komplett verktyg som vi kan använda på många olika sätt.

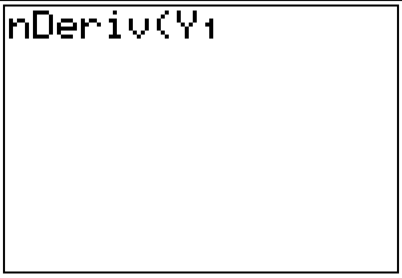
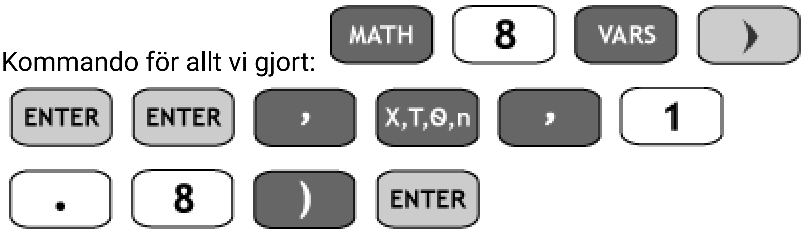
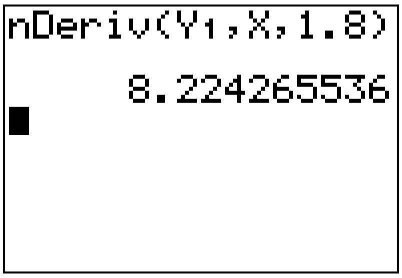
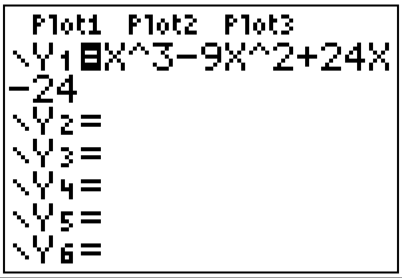
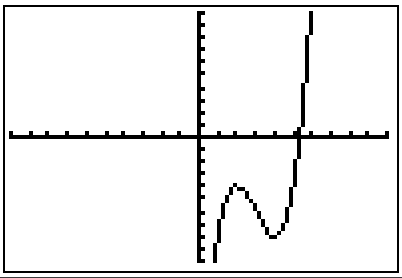
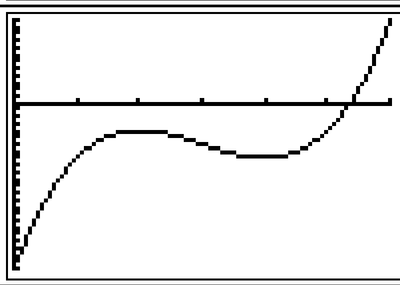
Vi utför samma uppgift som tidigare exempel; bestäm $f'(1,8)$ för $f(x) = x^{3,4} \bullet 0,8^x$, men använder nu verktyget nDeriv.

Välj "math" → "nDeriv"

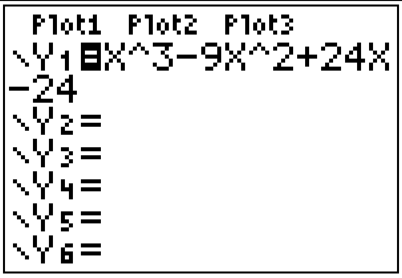
Kommando: MATH 8



Syntaxen för nDeriv fungerar så här: nDeriv(*funktionen, variabel, värde*). Alltså: först skriver vi in vilken funktion vi vill derivera. Därefter vilken som är den beroende variabeln (i de flesta fall *x*) och till sist ska vi ange vilket värde på variabeln som vi vill veta derivatan för. I detta exemplet gäller att funktionen är $x^{3,4} \bullet 0,8^{x}$, variabeln är x och x-värdet är $1,8$. Vi ser att vi får samma svar som med föregående metod.	
Mer om nDeriv	
Många tycker dock att det är lite kluddigt att skriva in hela funktionen på det här sättet. Det man kan göra är att hämta funktionen från sina grafer. Vi använder samma exempel. Se till att funktionen är inskriven som y_1.	
Det vi ska göra nu är hänvisa nDeriv till vår inskrivna funktion. Ta fram nDeriv; "math" → "nDeriv"	
Tryck på "Vars"	
Välj "Y-vars". Välj "Function" och tryck "enter"	
Om funktionen är inskriven som y_1 så tryck bara "enter". Annars se till att rätt funktion är markerad och tryck därefter "enter".	

Nu har vi hänvisat nDeriv till vår funktion. När man använder nDeriv ska värden skrivas in "nDeriv(*funktionen, variabel, variabelvärde)*". Vi har nu skrivit in funktionen och ska ange variabel samt variabelns värde.	
Variabeln är *x* och värdet på x är $1,8$. Skriv in och tryck därefter "enter". Nu får vi fram derivatan i punkten $x = 1,8$ för funktionen som är inskriven som y_1; $x^{3,4} \bullet 0,8^x$. Kommando för allt vi gjort: 	
Ta fram grafen till en funktions derivata	
För att ta fram grafen till en funktions derivata använder vi "nDeriv". **Exempel:** Undersök hur derivatans graf vid extrempunkterna för funktionen $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 24$. Vi börjar med att skriva in funktionen som y_1.	
Vi kollar på hur grafen ser ut. För att få en bättre bild av grafen anpassar vi fönstret efter extrempunkterna. Ställ in "Xmin" till 0 och "Xmax" till 6. Välj därefter "ZoomFit".	
Nu ser vi grafen bättre.	

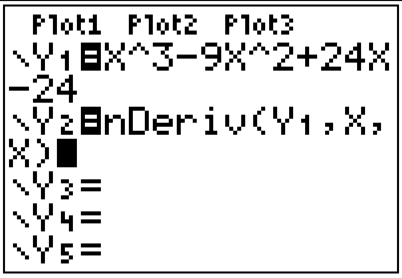
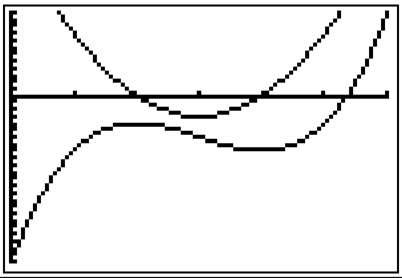
Allakando™

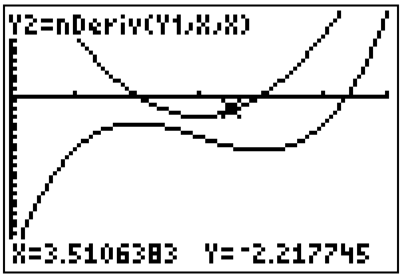
<table>
<tr><td>Nu ska vi ta fram derivatans graf. Gå in på dina funktioner.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Vi ska nu göra en graf som är derivatan av vår funktion. Vi använder verktyget nDeriv.

Syntaxen för nDeriv är (funktionen, variabel, variabelvärde). Vår funktion finns som $y_1$och vår variabel är x. Men vilket variabelvärde ska vi välja?

När vi ritar grafen vill vi ju ha derivatan för varje x-värde, och därför sätter vi variabelvärdet till x.

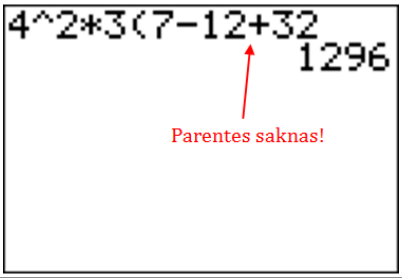
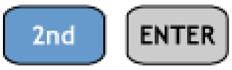
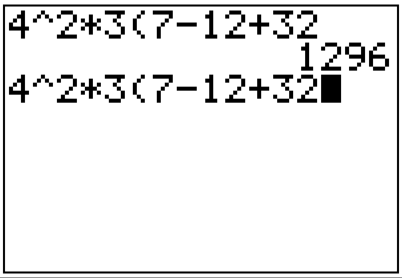
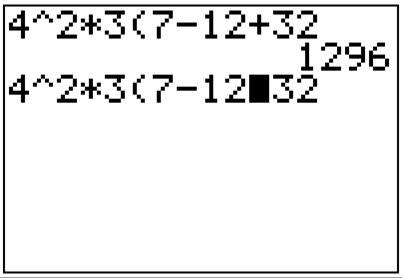
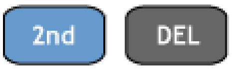
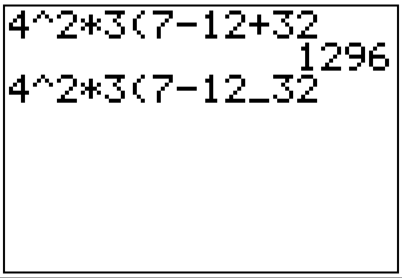
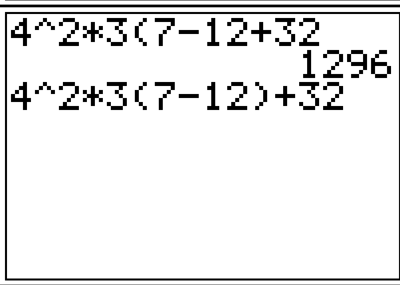
Kommando: MATH 8 VARS) ENTER ENTER , X,T,Θ,n , X,T,Θ,n)

Tryck därefter "graph".</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Nu ser vi funktionen och dess derivata.</td><td></td></tr>
<tr><td>Nu kan vi använda alla miniräknarens verktyg för derivatan.

Vi kan beräkna derivatan för olika x-värden, hitta derivatans nollställen etc.</td><td>
</td></tr>
</table>

Allmänna tips

Nedan finns en del smarta tips som underlättar användandet av miniräknaren.

Insert och Entry	
Ibland kan det hända att man slår ett tal på räknaren men efteråt kom på att man glömde en parentes eller dylikt. Om det är ett långt uttryck känns det jobbigt att slå in allting igen, men det finns två smarta knep för att göra det enklare.	
Exempel: Beräkna $4^2 \cdot 3(7 - 12) + 32$	
Genom två knapptryck kan vi få fram uttrycket som vi precis slog in; Kommando: 	
Nu vill vi lägga till parentesen som saknas. För att göra det ställer vi markören precis till höger om det stället där parentesen ska infogas.	
Nu ska vi använda funktionen "Insert". Kommando 	
Allt vi skriver nu kommer att infogas på platsen. Skriv en parentes.	

Allakando™

Nu är det bara att trycka "enter".

Med de här två knepen kan man spara både tid och ilska på att slippa slå in långa uttryck gång på gång för att man missat någon liten sak.

```
4^2*3(7-12+32
            1296
4^2*3(7-12)+32
            -208
```

Spara värden

Ibland när man gör långa uträkningar ställs man inför ett dilemma: På en beräkning fick vi 10 decimaler. Talet ska användas i nästa uträkning. Ska man avrunda till ett rimligt antal decimaler eller ska man slå in allt på miniräknaren igen?

Det bästa att göra vid ett sånt här tillfälle är att spara sitt svar som en bokstav på räknaren och använda bokstaven vid nästa uträkning. På detta sätt för vi ett exakt svar och avrundar inte någonstans. Det går även snabbare än att skriva in allting igen.

```
9.25413692134578
9654512320154878
9512312123454879
8547896541423582
1232125848551553
21354976
```

Exempel: Bestäm $100 \cdot 0,82^{x}$ om $x^{3,27} = 74$.

Först beräknar vi vad x är. $x = 74^{1/3,27}$

```
74^(1/3.27)
     3.729327257
```

Det vi vill göra nu är att spara svaret som x.

Miniräknaren har en inbyggd funktion som sparar värdet, "Storage".

Kommando: 2nd (−) STO▸ X,T,Θ,n ENTER

```
74^(1/3.27)
     3.729327257
Ans→X
     3.729327257
```

Nu skriver vi in vårt uttryck som vi skulle beräkna. Eftersom vi har sparat värdet som x så skriver vi bara x.

Kommando: 1 0 0 × 0 . 8 2 ^ X,T,Θ,n ENTER

```
74^(1/3.27)
     3.729327257
Ans→X
     3.729327257
100*0.82^X
     47.70716952
```

Vi har nu fått fram vårt svar snabbt, smidigt och exakt.

Lycka till med plugget!

/Fredrik Fridlund på Allakando